معامل الاختلاف

يعد معامل الاختلاف من مؤشرات التشتت، ويستعمل في تحليل البيانات الكمية، وهو نتيجة للعلاقة بين الانحراف المعياري والمتوسط. إنه مقياس محايد يحسب بتقسيم الانحراف المعياري على المتوسط، وغالبا ما يتم التعبير عنه بنسبة مئوية.. وكلما كانت قيمته كبيرة كان تشتت البيانات حول المتوسط كبيرا. يقيس هذا المعامل تشتت قيم المتغيرات الكمية ذات قياس مسافات ويتيح مقارنة تشتت المتغيرات المختلفة. وهو أسهل للفهم من الانحراف المعياري، لأنه لا يعتمد على سعة (حجم) المشاهدات (القيم) وتقدم قيمته تمثيلا جيدا عن الواقع.

من هنا نستطيع التحدث عن إيجابيات استعمال معامل الاختلاف:

- إنه مقياس محايد، أي أنه يسمح بمقارنة تشتت عدة متغيرات.
- بما أنه يحسب انطلاقا من الانحراف المعياري، فهو يأخذ بعين الاعتبار كل القيم.
- أسهل في تفسيره من الانحراف المعياري.
- حسابه أسهل.

لهذا المعامل مساوئه وهي:

- لا يستخدم إلا إذا كانت المتغيرات كمية من قياس مسافات.
- بما أنه يعتمد على الانحراف المعياري، فينبغي أن يكون هذا الأخير صادقا حتى يكون معامل الاختلاف صادقا.

معادلة معامل الاختلاف:

$$\boxed{CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100}$$

حيث أن :

C .V = معامل الاختلاف. (Càefficient de Variation)

S = الانحراف المعياري.

$\overline{X}$ = المتوسط.

للتوضيح:

إذا ما حسبنا المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف لثلاث مجموعات من الأفراد فيما يخص السن و الأقدمية في المهنة وإنتاجهم لقطع غيار، وحصلنا على البيانات التالية:

	المتوسط	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف	%
السن	45.28	8.06	0.18	%18
الأقدمية	18.88	9.19	0.49	%49
المنتوج	1025.82	413.82	0.4	%4

بالنظر إلى قيم الانحرافات المعيارية (التي تعد من مؤشرات التشتت) نلاحظ أن الانحراف المعياري لمتغير الإنتاج (413.82) يعبر عن تشتت أكبر حول المتوسط من انحرافي متغيري (السن 8.06 والأقدمية 9.19) لكننا إذا قمنا بمقارنة معاملات الاختلاف للمتغيرات الثلاثة، نلاحظ أن الأمر يختلف، حيث أن معامل الاختلاف لمتغير الأقدمية (0.49) يبين أنه أكثر تشتتا من متغير الإنتاج (0.4). يمكن أن نستنتج أن الانحراف المعياري يتأثر بقيمة المتوسط وبوحدة القياس المستعملة، بينما يسمح معامل الاختلاف بالحصول على مؤشر عام، غير متأثر بوحدات القياس.

مثال: أردنا أن نعرف ما إذا كان طول الأطفال يتغير بتغير سنهم، وأخذنا منهم مجموعتين:

مجموعة 11 سنة	مجموعة 4 سنوات
134 سم	95 سم
138	98
139	100
139	100
140	100
144	102
146	105

المجموعة الأولى (4 سنوات): إ.م = 3.11 سم = σ، المتوسط = 100سم.

المجموعة الثانية (11 سنة): إ.م = 3.96سم = σ، المتوسط = 140سم = = $\overline{x}$ =

إذا أمعنا النظر في الانحرافات المعيارية فقط، فإننا نستنتج أن تشتت أطوال المجموعة الثانية أكبر من تشتت المجموعة الأولى، لكننا إذا ما واصلنا التحليل لمعرفة معامل الاختلاف : C.V .

بالنسبة لأطفال 4 سنوات: $CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{3.11}{100} = 0.0311 = 3.11\%$

بالنسبة لأطفال 11 سنة: $CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{3.96}{140} = 0.0283 = 2.83\%$

نستنتج أن معامل الاختلاف (3.11%) عند أطفال المجموعة الأولى أكبر من معامل الاختلاف عند أطفال المجموعة الثانية (2.83%)، إذن نقول إن التشتت عند المجموعة الأولى أكبر من التشتت عند المجموعة الثانية، من هنا نستطيع القول إن معامل الاختلاف يعطينا صورة أوضح عن التشتت من تلك التي يقدمها الانحراف المعياري.

1 ـــ أنواع العلاقة بين المتغيرات:

1 - **اتجاه العلاقة:** هناك علاقة موجبة وهناك علاقة سالبة، فإذا تحصلنا على قيمة موجبة لمعامل الارتباط ، دل ذلك على وجود علاقة طردية، أي أن الزيادة في المتغير X تكون متبوعة بالزيادة في المتغير Y، مثلا: كلما زادت الأمطار زاد منسوب المياه في السدود. أما إذا تحصلنا على قيمة سالبة لمعامل الارتباط دل ذلك على وجود علاقة عكسية، ومعناه أن الزيادة في المتغير X تكون متبوعة بالنقصان في المتغير Y مثلا: كلما زادت الغيابات قل التحصيل.

2 – **قوة العلاقة:** في أغلب معاملات الارتباط، تنحصر قيمة هذا المعامل بين (+ 1) و(– 1). فإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي (+ 1) فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين طردي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط الطردي بين

متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي (− 1) فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين عكسي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط العكسي بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي صفراً، فمعنى ذلك أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين.

إن متغيرات الظواهر الاجتماعية والطبيعية تختلف من حيث قوة العلاقة بينها، فقد تكون العلاقة قوية جداً (أو حتى تامة)، وقد تكون متوسطة أو ضعيفة أو منعدمة تماماً. وليس هناك اتفاق تام بين مستعملي الإحصاء في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية على مستويات الحكم على قوة العلاقة، لكن ما هو متفق عليه هو أن العلاقة تكون تامة إذا كان معامل الارتباط يساوي (1) صحيح وتكون منعدمة إذا كان يساوي(0) وتكون متوسطة إذا كان مساويا لـ(0.50). فكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من (+1)أو من (− 1) كلما كان الارتباط قوياً، وكلما اقترب من الصفر، كلما كان الارتباط ضعيفاً، والحقيقة هي أنه لا توجد حدود عامة لتفسير قيمة معامل الارتباط بين القيمتين صفر(0) و(+1) أو بين صفر(0) و(-1) وعلى أي حال يمكن الاسترشاد بالجدول التالي:

ارتباط طردي					ارتباط عكسي				
قوي جدا	قوي	متوسط	ضعيف	ضعيف جدا	ضعيف جدا	ضعيف	متوسط	قوي	قوي جدا

1   0,9   0.7   0.5   0.3   0   −0.3   −0.5   −0.7   −0.9   −1

تام   منعدم   تام

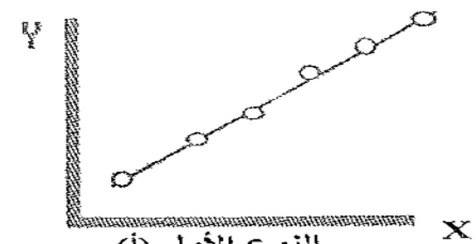
العلاقة الخطية ومعامل الارتباط:

قبل القيام بالعمليات الحسابية التي تمكن الباحث من معرفة قيمة معامل الارتباط، هناك وسيلة مبدئية يعرف الباحث من خلالها قوة الارتباط بين

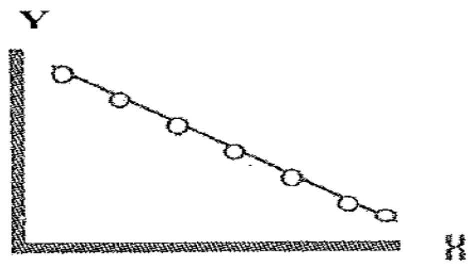
المتغيرين (قوياً أو ضعيفاً أو منعدماً) ويعرف أيضا اتجاهها (طردي أو عكسي) هذه الوسيلة هي "لوحة الانتشار" التي لا تستعمل إلا في الحالة التي يكون فيهما المتغيران كميين، لكنها لا تعتبر بديلاً عن الاختبارات الإحصائية.

المقصود بلوحة الانتشار هو تمثيل قيم الظاهرتين بيانياً على المحورين المتغير الأول (x) على المحور الأفقي، والمتغير الثاني (y) على المحور الرأسي حيث يتم تمثيل كل زوج من القيم بنقطة، فنحصل على شكل يمثل كيفية انتشار القيم وهو ما يسمى بشكل الانتشار. وطريقة انتشار القيم تدل على وجود أو عدم وجود علاقة بين المتغيرين، وأيضا على مدى قوتها واتجاهها. فإذا كانت القيم الممثلة في نقاط تتوزع بشكل منتظم دل ذلك على وجود علاقة (يمكن استنتاجها)، أما إذا كانت النقاط مبعثرة ولا تنتشر حسب نظام معين، دل ذلك على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو أن العلاقة بينهما ضعيفة. والأشكال التالية تظهر بعض أنواع الانتشار:

النوع الأول: إذا وقعت جميع النقاط على خط مستقيم، دل ذلك على أن العلاقة بين المتغيرين خطية وأنها ثابتة أو تامة، وهذه تمثل أقوى أنواع الارتباط بين المتغيرين "ارتباط تام". فإذا كانت العلاقة طردية فإن "الارتباط طردي تام" كما في الشكل الأول (أ). ومثاله العلاقة بين درجات التحصيل الدراسي والوقت المخصص للمراجعة في البيت، أما إذا كانت العلاقة عكسية (وجميع النقاط تقع على خط مستقيم واحد) فإن "الارتباط يكون عكسيا وتاما" كما في الشكل الأول (ب).

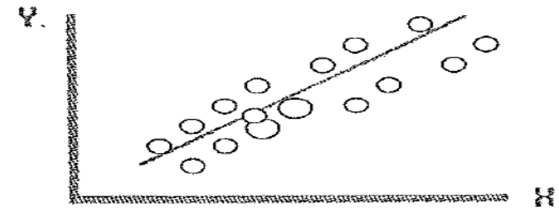


النوع الأول (أ)
ارتباط طردي تام
(موجب)

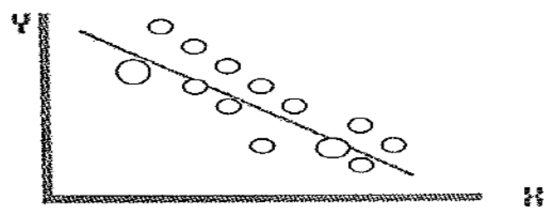


النوع الأول (ب)
ارتباط عكسي تام
(سالب)

النوع الثاني: إذا كانت النقاط تأخذ شكل خط مستقيم ولكن لا تقع جميعها على الخط، يقال إن العلاقة خطية (موجبة أو سالبة) كما في الشكل الثاني (أ).

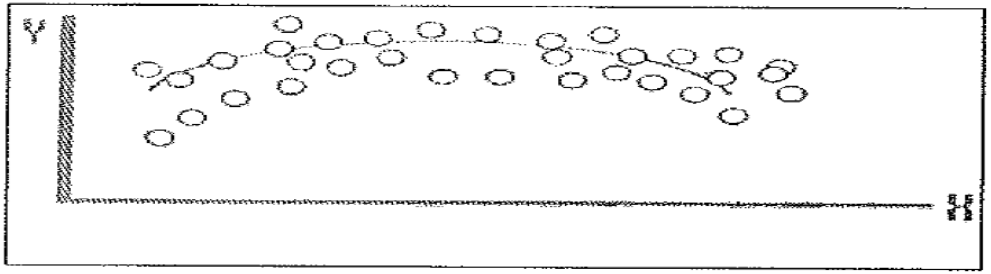


النوع الثاني (أ)
ارتباط موجب قوي
(ارتباط خطي طردي)



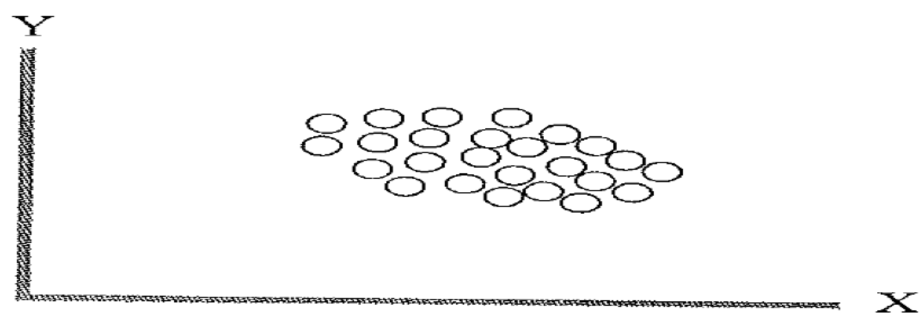
النوع الثاني (ب)
ارتباط سالب قوي
(ارتباط خطي عكسي)

النوع الثالث: إذا كانت العلاقة تأخذ شكل منحنى فإن الارتباط لا يكـــون خطياً، فنقول عنه إنه ارتباط غير خطي كما في النوع الثالث:



النوع الثالث
(ارتباط غير خطي)

النوع الرابع: أما إذا كانت النقاط متشتتة وغير منتظمة، فإن ذلك يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو أن العلاقة بينهما ضعيفة جداً.



الشكل الرابع
(لا توجد علاقة)

والخلاصة هي أنه كلما كانت العلاقة قوية بين المتغيرين، كانت قيمة معامل الارتباط قريبة من(+ 1) أو(−1)، وإذا وصلت القيمة إلى (+ 1) أو إلى

(– 1) كان الارتباط تاماً بين المتغيرين، وكلما كانـــت العلاقـــة ضـــعيفة بـــين المتغيرين، كلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من الصفر، وإذا وصـــلت قيمتـــه الصفر، كان الارتباط منعدماً بين المتغيرين. ومعنى ذلك أيضاً أنه لا توجد قيمة ارتباط بين متغيرين أكبر من (+ 1) ولا أصغر من (– 1).

معامل ارتباط برسن (1857–1936)

يرمز لهذا المعامل بحرف (r) وهو يعد كأحد المؤشرات الإحصائية البارامترية لدراسة قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين كميين (x و y) أحدهما مستقل وثانيهما تابع. وقيمة هذا المعامل تتراوح بين (+1 إلى-1) وتدل القيمة الخطية (+1 أو -1) لمعامل ارتباط بيرسن على وجود علاقة تامة بين المتغيرين، وبالمقابل تدل قيمته المساوية (0) على انعدام وجود علاقة خطية بين المتغيرين المدروسين، وكلما اقتربت قيمة معامل بيرسن من (+1) أو من (-1) دل ذلك على وجود علاقة قوية بينهما، وإذا اقتربت من (0) دل ذلك على ضعف العلاقة.

يستعمل هذا المعامل عندما يفترض الباحث أن أي تغير في المتغير الأول يتبعه تغير في المتغير الثاني، كما أنه يستعمل عندما يفترض الباحث أن أي تغير في المتغير الأول يؤدي إلى نقصان في المتغير الثاني.

لاستعمال معامل بيرسن لابد من توفر الشروط التالية:

أ. أن تكون بيانات المتغيرين كمية.

ب. أن يكون توزيع قيم المتغيرين اعتداليا، باعتبار أن معامل بيرسن من الإحصاءات البارامترية.

ج. أن لا يقل عدد أفراد العينة عن 50 فردا.

د. أن تكون العلاقة خطية (أي يمكن تمثيل العلاقة بين المتغيرين بخط مستقيم، بمعنى أن يكون التغير في المتغير الأول متبوعا بتغير في المتغير الثاني) وللتأكد من العلاقة خطية أو غير خطية يمكن رسم لوحة الانتشار.

ملاحظتان مهمتان:

- درجات الحرية لمعامل بيرسن = N - 2.

• من مميزات معامل بيرسن أنه لا يتأثر بالعمليات الحسابية التي تجري على المتغيرين x، y؛ بمعنى أنه لا يتأثر بالطرح أو الجمع، ولا بالقسمة أو الضرب. أي إذا طرحنا قيمة معينة من كل قيم (X) وقيمة أخرى من كل قيم (Y) أو إذا أضفنا قيمة معينة إلى كل قيم (X) وقيمة أخرى إلى كل قيم (Y)، أو قسمنا قيم X على قيمة معينة أو ضربنا قيم X في قيمة معينة وكل قيم (Y)، فإن قيمة معامل الارتباط لا تتغير، أي أننا نحصل على القيمة نفسها.

لحساب معامل بيرسن، توجد ثلاث طرق هي: طريقة الدرجات المعيارية وطريق الانحرافات وطريقة الدرجات الخام، وهذه الأخيرة هي أسهلها وأكثرها استعمالا، لذلك سنقدمها في الآتي:

معادلة حساب معامل بيرسن بالدرجات الخام:

$$r = \frac{n\sum (X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

x: درجات المتغير المستقل.

y: درجات المتغير التابع.

مج x^2 : مجموع مربعات درجات المتغير المستقل.

مج y^2 : مجموع مربعات درجات المتغير التابع.

مجx^2 : مربع مجموع درجات المتغير المستقل.

مجy^2 : مربع مجموع درجات المتغير التابع.

n : عدد أفراد العينة.

مثال: البيانات التالية تمثل أعمار (x) 5 أطفال والقدرة على تذكر عدد من الكلمات في زمن محدد(y)، والمطلوب حساب قيمة معامل بيرسون بين هذين المتغيرين.

Y^2	X^2	X.y	y	x
100	4	20	10	2
144	9	36	12	3
225	25	75	15	5
324	49	126	18	7
441	64	168	21	8
$\sum Y=^{2}1234$	$\sum X^2= 151$	$\sum xy=425$	$\sum=76$	$\sum=25$

الحل:

$$r = \frac{5(425) - (25)(76)}{\sqrt{[5(151) - (625)][5(1234) - (5776)]}}$$

$$r = 0.99$$

أي أن معامل بيرسون للارتباط الخطي بين أعمار الأطفال وقدرتهم على تذكر الكلمات يساوي 0.99 وهو ارتباط موجب (لأن إشارته موجبة) وقوي جدا (لأنه قريب جدا من الواحد الصحيح). بمعنى آخر، إن هناك علاقة طردية وقوية جدا بين عمر الطفل وقدرته على تذكر عدد من الكلمات ومقدار هذه العلاقة= 99 %. مما يعني أنه مع زيادة عمر الطفل تزيد قدرته على تذكر عدد محدد من الكلمات. ولمعرفة الدلالة الإحصائية لقيمة معامل الارتباط [1] (0.99) نحسب درجات الحرية لهذا المعامل: درجات الحرية = n-2 =5-2=3. وبالرجوع لجدول معامل بيرسن للقيم الجدولية نجد القيمة المقابلة لدرجات

الحرية 3 عند مستوى الدلالة (0.05) تساوي (0.878) ونلاحظ أن القيمة(0.99) أكبر من القيمة (0.878) وبالتالي يمكن القول إن قيمة معامل الارتباط المحسوبة دالة عند مستوى(0.05) أي أننا نستطيع أن نقرر رفض الفرضية الصفرية التي تقول "لا توجد علاقة دالة بين أعمار الأطفال وقدرتهم على تذكر عدد من الكلمات" ونقبل الفرضية البديلة "توجد علاقة دالة إحصائيا بين المتغيرين المدروسين".

حساب الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط بواسطة اختبار T.

عندما يكون حجم العينة أقل من 50 فردا، ويستعمل الباحث معامل بيرسن أو معامل سبيرمان، يمكن استعمال معادلة كاندال لاختبار دلالة معامل الارتباط بين متغيرين وهي تأخذ الصيغة التالية:

$$\boxed{T = r \times \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r)^2}}}$$

حيث أن: r= قيمة معامل الارتباط، n= حجم العينة أقل من 50 فردا.

مثال: اختار باحث عينة متكونة من 32 فردا وحسب علاقة درجاتهم في اختبار الفيزياء ودرجاتهم في اختبار الرياضيات، وكانت قيمة معامل الارتبط = 0.70 وأراد أن يختبر دلالة معامل الارتباط:

$$T = 0.70 \times \frac{\sqrt{32-2}}{\sqrt{1-(0.70)^2}} = 7.72$$

T الجدولية المقابلة لدرجات حرية 30 عند مستوى 0.01 لاختبار الطرف الواحد =2.45. الارتباط بين درجات الفيزياء ودرجات الرياضيات دال لأن T المحسوبة (7.72) أكبر من T الجدولية (2.45).

معامل الارتباط المتعدد

يستعمل معامل الارتباط المتعدد بكثرة في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية، نظرا لتعقد وتداخل المتغيرات التي تدرس في مثل هذه البحوث كما أنه يستعمل بصفة عامة في البحوث العلمية التي تنتمي للعلوم الدقيقة، ويرمز لهذا المعامل بالحرف R^2 ، ويلجأ إليه الباحثون للأغراض التالية:

1. قياس العلاقة بين متغير مستقل واحدا ومتغيرين تابعين أو أكثر في حالة ضمهما معا.
2. قياس العلاقة بين متغيرين مستقلين أو أكثر عند ضمهما معا ومتغير تابع واحد.
3. دراسة مدى تأثير متغير ظاهرة ما على عدد من المتغيرات التي تتضمنها الظاهرة المدروسة.

ويتطلب استعماله توفر الشروط الآتية:

- أن تكون المتغيرات عشوائية متصلة التوزيع مثل (العمر، الوزن، الطول..)
- أن تكون بيانات المتغيرات كمية.
- أن يكون حجم العينة 50 فأكثر.

ومن خصائصه أنه:

- إذا اقتربت قيمته من 1 فيجب استخدام معادلة التصحيح.
- تتراوح قيمته بين 0 و 1.

وهناك حالتين لحساب معامل الارتباط المتعدد:

1- معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل واحد ومتغيرين تابعين.

يتم حساب معامل الارتباط المتعدد بالمعادلة التالية:

$$R_{1.2.3} = \sqrt{\frac{(r_{1.2})^2 + (r_{1.3})^2 - 2 \times r_{1.2} \times r_{1.3} \times r_{2.3}}{1 - (r_{2.3})^2}}$$

لإيجاد قيمة هذا المعامل، يجب إتباع الخطوات التالية:

- ✓ استخدام معامل بيرسن لدراسة العلاقة بين درجات المتغير الأول (المستقل) درجات المتغير التابع وهو المتغير الثاني = r_{12}.
- ✓ استخدام معامل بيرسن لدراسة العلاقة بين درجات المتغير المستقل ودرجات المتغير التابع وهو المتغير الثالث = r_{13}.
- ✓ استخدام معامل بيرسن لدراسة العلاقة بين درجات المتغير التابع الأول ودرجات المتغير الثاني= $r_{2.3}$.

تمكن هذه العمليات الحسابية من الحصول على ثلاثة معاملات الارتباط.

مثال: لدينا درجات ذكاء مجموعة من الأطفال كمتغير مستقل(متغير 1)، المهارات الاجتماعية (متغير2)، والعمر (متغير3)، وبافتراض أن قيم هذه الارتباطات جاءت كما يلي:

الارتباطات المحسوبة	القيم
r_{12} = الذكاء والمهارات الاجتماعية.	0.75
r_{13} = الذكاء والعمر.	0.45
$r_{2.3}$ = المهارات الاجتماعية والعمر	0.60

ولنطبق معادلة الارتباط المتعدد على هذه البيانات:

$$R_{1.2.3} = \sqrt{\frac{(0.75)^2 + (0.45)^2 - 2\times(0.75\times 0.45\times 0.60)}{1-(0.60)^2}}$$

$$R_{1.2.3} = \sqrt{\frac{0.56+0.20-0.41}{1-0.36}} = \sqrt{\frac{0.76-0.41}{0.64}}$$

$$R_{1.2.3} = \sqrt{\frac{0.35}{0.64}}$$

$$R_{1.2.3} = \sqrt{0.55}$$

$$\boxed{R_{1.2.3} = 0.74}$$

نلاحظ أن الارتباط بين الذكاء والثنائي (العمر والمهارات الاجتماعية)= $0.74 = R_{1.2.3}$

الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط المتعدد: لحساب الدلالة الإحصائية لهذا المعامل يرى دانيال شوارتز (Daniel Schwartz.1963) أنه يمكن أن نستعمل جدول معامل الارتباط بحساب درجات حرية لثلاث متغيرات: د. ح= N-3 ولنفترض أن حجم عينة المثال السابق=45 فردا فإن درجات الحرية =45−3=42 والقيمة المقابلة لهذه الدرجة في الجدول وعند مستوى الدلالة 0.05=0,297 ويتضح أنها قيمة أقل من القيمة المحسوبة، وبالتالي فالفرضية الصفرية التي تقول بعدم وجود ارتباط بين الذكاء والثنائي (العمر والمهارات الاجتماعية) مرفوضة، باعتبار أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولة.

إن معامل الارتباط الذي نحصل عليه باستخدام الارتباط المتعدد، غالبا ما لا يدل على أن النتيجة المحصل عليها تنطبق على المجتمع الأصل الذي يرمز له بـــ: (Rho)، لأننا في حساب هذا المعامل (اعتمادا على عينات فقط) قد نكون فقدنا بعض البيانات، وللتصحيح يتم اللجوء لمعادلة التصحيح للحصول على مربع معامل الارتباط المتعدد المعدل (R^2ajusté) من المعادلة التالية:

$$R^2 ajusté = \sqrt{1 - \frac{(1-r^2)(N-1)}{N-2}}$$

حيث أن:

R^2 = معامل الارتباط المتعدد.

N = حجم العينة.

$$R^2 ajusté = \sqrt{1 - \frac{(1-0.75^2)(45-1)}{45-2}}$$

$$R^2 ajusté = \sqrt{1 - \frac{(0.43)(44)}{43}}$$

$$\boxed{R^2 ajusté = 0.75}$$

وبالتالي تكون قيمة معامل الارتباط المتعدد في المجتمع الأصل = 0.75.

2- معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل واحد وأكثر من متغيرين تابعين.

أجرى باحث دراسة على 52 فردا أراد من خلالها أن يحدد العلاقة بين فعالية التعليم وعلاقتها بستة أساليب للتدريس هي:

1- فعالية التعليم (متغير مستقل)

2- أسلوب التدريس المباشر (متغير تابع)

3- أسلوب التدريس غير المباشر (متغير تابع)

4- أسلوب التدريس القائم على المدح والنقد (متغير تابع)

5- أسلوب التدريس القائم على تنوع وتكرار الأسئلة (متغير تابع)

6- أسلوب التدريس القائم على العرض (متغير تابع)

7- أسلوب التدريس القائم على التنافس (متغير تابع)

يجب على الباحث في هذه الحالة أن يقوم بحساب معاملات الارتباط التالية:

✓ معامل الارتباط المتعدد بين فعالية التعليم (1) وأسلوب التدريس المباشر وأسلوب التدريس غير المباشر معا (3.2)، وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد ($\text{ر}_{32.1}$) يساوي (0.65).

✓ معامل الارتباط المتعدد بين فعالية التعليم (1) وأسلوب التدريس القائم على المدح والنقد وأسلوب التدريس القائم على تنوع تكرار الأسئلة معا (5.4) وبافتراض أن قيمة معامل الارتباط المتعدد ($\text{ر}_{54.1}$) تساوي (0.25).

✓ معامل الارتباط المتعدد بين فعالية التعليم (1) وأسلوب التدريس القائم على العرض وأسلوب التدريس القائم على التنافس معا (7.6) وبافتراض أنه وجد قيمة معامل الارتباط المتعدد ($\text{ر}_{76.1}$) تساوي (0.57).

نقوم بتحويل المعاملات التي تم الحصول عليها إلى مقابلاتها اللوغاريتمية من جداول (ز) الإحصائية التي وضعها فيشر على الشكل التالي:

معاملات الارتباط المتعددة	المقابلات في تحويلات فيشر (ز)
ر 32.1 = 0.65	ز = 0.77
ر 54.1 = 0.25	ز = 0.25
ر 76.1 = 0.57	ز = 0.65

✓ نحسب متوسط قيم (ز).

$$\overline{X} = \frac{0.77 + 0.25 + 0.65}{3} = 0.56$$

✓ يرجع الباحث إلى الجداول الإحصائية (انظر الملاحق: جدول تحويل قيم r إلىz) للكشف عن قيمة معامل الارتباط المقابلة للقيمة اللوغاريتية (0.56) وتقابلها القيمة (0.63) ومن ثم فإن معامل الارتباط بين فعالية التعليم والمتغيرات الست=(0.63)، ثم يقوم الباحث بعد ذلك بحساب دلالته الإحصائية بالطريقة المعروفة (ن−2)، ولما كانت عينة الباحث =52 فرداً فإن درجة الحرية= 52−2= 50 وبالرجوع إلى جدول معاملات الارتباط وعند مستوى الدلالة0.05، نجد القيمة المقابلة لدرجات حرية 50 تساوي.0.27. ومن هنا يمكن القول إن القيمة المحصل عليها في الدراسة دالة ويمكن تعميمها على مجتمع العينة بنسبة شك 5 المائة وبنسبة ثقة 95 بالمائة.

معامل ارتباط سبيرمان للرتب (1863-1945)

عرفنا في الصفحات السابقة أن معامل ارتباط بيرسن يستعمل كأداة إحصائية لمعرفة قوة العلاقة الخطية بين متغيرين، ولكن العلاقة بين المتغيرات في العلوم السلوكية ليست دائما خطية، فإذا أردنا التمييز بين ثلاثة مستويات من الأداء في مجال التعليم من حيث الجودة، فإنه يصعب إعطاء بيانات رقمية لهذه المستويات ولكن من السهل ترتيبها حسب جودتها، ولذلك ينبغي في مثل هذه الحالة، اعتماد أدوات إحصائية تعتمد على رتب المتغيرات، وليس على قيمها الكمية. من أهم هذه الأدوات وأفضلها هناك معامل ارتباط شارل إدوارد سبيرمان (1863–1945) الذي يستعمله الباحثون لما تكون العلاقة بين المتغيرين المدروسين غير خطية.

يعد معامل سبيرمان من الأدوات الإحصائية اللابارامترية، ويستعمل في الحالتين التاليتين:

- عندما يكون حجم العينات يقل عن (10) أفراد ولا يزيد عن 30 فردا.
- عندما يمكن تحويل البيانات الكمية إلى بيانات رتبية، أو لما تكون البيانات التي قام الباحث بجمعها رتبية.

لا يعتمد هذا المعامل في حسابه على البيانات الخام. ومن الملاحظات التي يجب أخذها بعين الاعتبار في تطبيقه ما يلي:

1. يصلح معامل سبيرمان لحساب العلاقات بين البيانات الرتبية والبيانات الوصفية مثل (ممتاز، جيد، متوسط، ضعيف...).
2. تتراوح قيمته بين (+1 و -1).
3. يكون الارتباط تاما وموجبا إذا كانت قيمته= (+1) أي لما نحصل على تساو تام في ترتيب المتغيرين. (رتبة الفرد هي نفسها في المتغيرين).
4. يكون الارتباط تاما وسالبا إذا كانت قيمة المعامل تساوي (-1) أي لما نحصل على ترتيب عكسي للأفراد في المتغيرين، يكون للفرد الأول الرتبة الأولى في المتغير (X) والأخيرة في المتغير (Y) وهكذا.

5. يحسب معامل سبيرمان بالمعادلة التالية:

$$rs = 1 - \frac{\sum 6 \times D^2}{N\left(N^2 - 1\right)}$$

حيث أن:

rs : معامل ارتباط سبيرمان.

1 و 6: ثوابت.

D: الفرق بين رتب نفس الفرد في المتغير X و Y.

D^2: مربع الفرق بين رتب الأفراد في المتغيرين.

N: حجم العينة.

درجة الحرية لمعامل سبيرمان =N.

قبل تقديم مثال عن معامل سبيرمان ينبغي أن نعرف كيف نوجد الرتب.

لإيجاد الرتب نضع 7 أعمدة:

1. نضع في العمود الأول الأفراد. (عمود N).
2. نضع في العمود الثاني قيم المتغير الأول.
3. نضع في العمود الثالث قيم المتغير الثاني.
4. نضع في العمود الرابع قيم المتغير الأول مرتبة ترتيبا تصاعديا .
5. نضع في العمود الخامس قيم المتغير الثاني مرتبة ترتيبا تصاعديا. وفي كلا الترتيبين نعطي أقل قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأعلى منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). وعند تساوي قيمتين (أو أكثر) من قيم المتغير نعطي كل قيمة رتبة مختلفة (كما لو كانت القيم غير متساوية) ثم نحسب متوسط هذه الرتب، ويعطى هذا المتوسط لكل من هذه القيم المتساوية. مثال: قيمتين متساويتين هما 14 ورتبتهما هي 5 معا، نوجد متوسط

الرتبتين بإعطاء الأولى الرتبة 5 والثانية 6 ونوجد متوسط الرتبتين أي: $5.5 = \frac{5+6}{2}$، فتأخذ القيمة 14 الأولى الرتبة 5.5 وتأخذ القيمة 14 الثانية الرتبة 5.5 أيضا. وإذا كانت 3 قيم متساوية نجري نفس العملية ولكن نوجد متوسط رتبها بنفس الطريقة (تقسيم الرتب على 3) وهكذا...بالنسبة لجميع القيم المتساوية.

6. تضع في العمود السادس الفرق (D) بين رتب كل من المتغيرين.
7. تضع في العمود السابع مربع الفروق(D^2) ونحسب مجموعها.

ثم نحسب قيمة معامل سبيرمان بتطبيق المعادلة.

مثال (بيانات رقمية): افترض باحث عدم وجود علاقة دالة بين درجات 8 طلبة في اختبار الإحصاء واختبار القياس النفسي، وتحصل في تحرياته على البيانات المدونة في الجدول التالي:

الأفراد	X	Y	رتب X	رتب Y	D	D^2
1	75	72	7.5	1	6.5	42.25
2	75	55	7.5	4.5	3	9.00
3	76	60	6	2	4	16.00
4	77	58	4	3	1	1.00
5	78	54	2	6.5	4.5-	20.25
6	77	55	4	4.5	0.5-	0.25
7	80	54	1	6.5	5.5-	30.25
8	52	52	4	8	4-	16.00
						$\sum=135$

$$rs = 1 - \frac{6 \times 135}{8(64-1)} = 0.61$$

درجات الحرية: N= 8 وبالكشف في جدول الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط سبيرمان للرتب عند درجات الحرية 8 نجد أن قيمة rs المحسوبة (0.607) وهي غير دالة لأن هذه القيمة أصغر من القيمة الجدولية (0.738) عند مستوى ألفا (0.05).

مثال (بيانات وصفية): البيانات التالية تمثل إجابات 7 طلبة على سؤالين الأول حول برنامج ل. م. د والثاني حول مدى ملاءمته لحاجاتهم الدراسية.

السؤال الأول	جيد	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد
السؤال الثاني	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد	جيد	جيد	ممتاز

والمطلوب حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين هذين السؤالين؟

الحل:

1- بالنسبة للسؤال الأول، فإن التقدير الأعلى سيحصل على الرتبة رقم1 والأقل منه مباشرة سيحصل على الرتبة رقم 2 وهكذا، ونكرر نفس العملية مع السؤال الثاني.

2- عند حصول إجابتين أو أكثر على التقدير نفسه، نعطي لكل إجابة مبدئياً رتبة كما لو كانتا مختلفتين، ثم نحسب متوسط هذه الرتب، وهذا المتوسط هو الذي يعطى كرتبة لكل إجابة.

3- نحسب الفروق بين رتب السؤالين ونرمز لها بالرمز(D) ثم نربع هذه الفروق فنحصل على (D^2) ونعوض في القانون عن مج (D^2) مع ملاحظة أن: ن= 7.

السؤال x	السؤال y	رتب x	رتب y	D	D^2
جيد	جيد جداً	4	2.5	1.5	2.25
مقبول	مقبول	6.5	7	0.5	0.25
ممتاز	جيدة جداً	1	2.5	- 1.5	2.25
جيد	جيد	4	5	- 1.0	1.00
جيد جداً	جيد	2	5	- 3.0	9.00

مقبول	جيد	6.5	5	1.5	2.25
جيد	ممتاز	4	1	3.0	9.00
المجموع				0	**$\sum$=26.00**

$$re = 1 - \frac{6 \times 26}{7(1-49)} = 1 - \frac{156}{336} = 1 - 0.46 = 0.54$$

وهذا يعني أن الارتباط بين إجابات المبحوثين بالنسبة للسؤالين هو ارتباط طردي متوسط.

معامل الارتباط الثنائي

يصنف معامل الارتباط الثنائي ضمن الأساليب الإحصائية البارامترية، ومن شروط تطبيقه ما يلي:

- أن يكون كلا المتغيرين موزعان توزيعا اعتدا ليا في المجتمع الأصل.
- توفر متغيرين أحدهما متصل (كمي) (مثل التحصيل، كمية الإنتاج...) والآخر منفصل (اسمي) (فقير، غني– ناجح، راسب، خطأ، صواب...).
- أن يكون التقسيم ثنائيا وغير حقيقي للمتغير النوعي.

من خصائص هذا المعامل أنه يستخدم في حالة وجود فروق بين المتوسطين، أما إذا كان المتوسطان متساويان ($\overline{Y}_1 = \overline{Y}_2$) فإن نتيجة المعامل ستكون مساوية لصفر.

بالرغم من قدرة هذا المعامل على حساب العلاقة بين متغيرين، فإن بعض الباحثين يميلون إلى اختياره كأسلوب للتحقق من فرضيات الفروق، مثل: "لا توجد فروق دالة إحصائيا بين النساء المدخنات وغير المدخنات في إنجاب أطفال مشوهين خلقيا"، في حين أن المعالجة الإحصائية الأكثر صوابا لمثل هذه المتغيرات (الجنس والتدخين) تتطلب وضع فرضيات علاقة، مثل: "لا توجد علاقة بين التدخين وعدم التدخين فيما يخص إنجاب النساء لأطفال مشوهين خلقيا".

لحساب العلاقة إذن بين متغير اسمي ومتغير كمي، نطبق معادلة معامل الارتباط الثنائي التالية:

$$\boxed{rp = \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{S}\sqrt{\frac{n_1 \times n_2}{n(n-1)}}}$$

حيث أن:

$\overline{Y_1}$ = متوسط درجات المتغير الاسمي (بافتراض أنه المتوسط الأكبر).

$\overline{Y_2}$ = متوسط درجات المتغير الكمي.

S = الانحراف المعياري لدرجات العينة الأولى والثانية معا في المتغير التابع الكمي، ويحسب بالمعادلة التالية:

n_1 = عدد أفراد المجموعة الأولى

n_2 = عدد أفراد المجموعة الثانية

n = العدد الكلي للمجموعتين معا (2n +1 n)

درجات الحرية لمعامل الارتباط الثنائي = ن- 2

مثال: طبق باحث اختبارا في التحصيل على مجموعة من المسنين (ذكور وإناث) يدرسون جميعهم في أحد مراكز محو الأمية، وطرح فرضية تقول: "لا توجد علاقة بين الجنس والتحصيل لدى المسنين الذين يدرسون في مؤسسات محو الأمية" وتحصل الباحث على الدرجات التالية:

جنس المتعلمين	درجات التحصيل	جنس المتعلمين	درجات التحصيل
ذكر	59	ذكر	64
أنثى	67	ذكر	66
ذكر	63	ذكر	63
ذكر	65	أنثى	61
أنثى	55	ذكر	62
ذكر	72	أنثى	63
أنثى	62	أنثى	60
أنثى	60		

والسؤال الذي طرحه الباحث هو: هل هناك علاقة بين الجنس والتحصيل عند المسنين الذين يدرسون في مدارس محو الأمية؟

نحسب 1n= 8 (الذكور)

نحسب $7 = 2n$

نحسب متوسط درجات تحصيل الذكور ($\overline{Y_1}$) = 64.25

نحسب متوسط درجات تحصيل الإناث ($\overline{Y_2}$) = 61.14

نحسب الانحراف المعياري لدرجات الطلاب (جميعا: ذكور وإناث) = 3.91

معامل الارتباط الثنائي:

$$= \frac{64.25 - 61.14}{3.91}\sqrt{\frac{8 \times 7}{15(14)}}$$

$$\boxed{= \ 0\ .41}$$

يمكن القول إن العلاقة أقل من متوسطة (منخفضة) بين الذكور والإناث في ما يخص التحصيل في مدرسة محو الأمية المدروسة. وبالرجوع إلى جداول دلالة معامل الارتباط عند $\propto = 0.01$ نحسب درجات الحرية (ن-2=13) نجد أن القيمة الجدولية = 0.64 إذن لا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين الجنس والتحصيل الدراسي في مؤسسات محو الأمية، ومن ثم نقبل الفرضية الصفرية.

ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائي من متوسطات المتغيرات من المعادلة التالية:

$$\boxed{rp = \frac{\overline{y_1} - \overline{Y}}{S}\sqrt{\frac{n_1 \times n}{n_2(n-1)}}}$$

حيث أن:

$\overline{y_1}$ = متوسط درجات تحصيل الذكور المسنين (المثال السابق).

$\overline{Y}$ = متوسط درجات العينة كلها (ذكور+ إناث) على المتغير التابع.

S = الانحراف المعياري لدرجات الذكور والإناث معا في متغير التحصيل (المتغير التابع).

n_1 = عدد الذكور.

n_2 = عدد الإناث.

n = العدد الكلي لأفراد العينة (ذكور وإناث).

بتطبيق المعادلة:

$$\boxed{rp = \frac{\overline{y_1} - \overline{Y}}{S}\sqrt{\frac{n_1 \times n}{n_2\ (n-1)}}}$$

حيث أن:

$\overline{y_1}$ = متوسط درجات تحصيل الذكور.

$\overline{Y}$ = متوسط درجات الجنسين معاً (دكور + إناث).

$$rp = \frac{64.25 - 62.8}{3.91}\sqrt{\frac{8 \times 15}{7(15-1)}}$$

نجد:

$$\boxed{rp = 0.41}$$

وهي نفس النتيجة المحسوبة بالطريقة الأولى.

كما يمكن حساب معامل الارتباط الثنائي بطريقة ثالثة هي:

$$\boxed{rp = \frac{\overline{y_2} - \overline{Y}}{S}\sqrt{\frac{n_2 \times n}{n_1(n-1)}}}$$

حيث أن:

$\overline{y_2}$ = متوسط درجات تحصيل الذكور.

$$rp = \frac{61.14 - 62.8}{3.91}\sqrt{\frac{7 \times 15}{8(14)}}$$

وبتطبيق هذه المعادلة نجد أن قيمة معامل الارتباط الثنائي تساوي أيضا:

$$\boxed{rp = 0.41}$$

اختبارات الفروق

1. اختبار إروين فيشر لعينتين مستقلتين.
2. اختبار Z .
3. اختبارات T.
4. تحليل التباين.
5. اختبار كاي مربع.

اختبار إروين فيشر لعينتين مستقلتين

يصلح هذا الاختبار لمعالجة الفرضيات التي تقول بأن معلمين إحصائيين لهما نفس القيمة، وبالضبط يختبر:

1- الفرضية الصفرية: $H_O : p_1 = p_2$

2- الفرضية البديلة: $H_1 : p_1 \neq p_2$

وهو يستعمل لمعرفة ما إذا كان متغيران نوعيان ثنائيي التقسيم مستقلين عن بعضهما البعض، أم أنهما مرتبطين مثل: (الجنس والنجاح والرسوب في امتحان البكالوريا). (ريف، حضر والسلوك العدواني). (زوج، زوجة والشعور بالسعادة).

يطبق هذا الاختبار عندما تكون لدينا عينات صغيرة حجمها أقل من 30 وتدون بياناته في جدول التوافق (2×2) أي من جدول يتضمن 4 خانات.

العينات	المتغير (الأول)	المتغير (الثاني)	المجموع
الأولى	B	A	A+B
الثانية	D	C	C+D
المجموع	B+D	A+C	C+D+A+B

حتى لو كانت إحدى الخانات تتضمن أقل من 5 تكرارات، فإنه من الممكن تطبيق هذا الاختبار، على عكس اختبار ($كا^2$) الذي يدعو إلى استعمال معادلة (ياتس) عندما تحتوي إحدى الخانات على أقل من 5 تكرارات.

بعد تدوين البيانات في الجدول، نطبق القانون الآتي لحساب قيمة Z:

$$\boxed{Z = \frac{\left[(a \times d - b \times c) \pm \frac{n}{2}\right]}{\dfrac{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}{n-1}}}$$

حيث: a،b،c،d التكرارات.

إذا كانت $(a \times d - b \times c)$ أكبر من صفر نستخدم الصيغة التالية:

$$Z = \frac{\left[(a \times d - b \times c) + \frac{n}{2}\right]}{\frac{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}{n-1}}$$

وإذا كانت $(a \times d - b \times c)$ أصغر من صفر نستخدم الصيغة التالية:

$$Z = \frac{\left[(a \times d - b \times c) - \frac{n}{2}\right]}{\frac{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}{n-1}}$$

حساب الدلالة الإحصائية لقيمة اختبار فيشر:

بعد إيجاد قيمة Z نقارنها بالقيم المدونة في الجدول التالي:

الاختبار / مستوى الدلالة	اختبار طرف واحد	اختبار طرفين
0.05	± 1.645	± 2.33
0.01	± 1.96	± 2.58

مثال: صمم باحث دراسة تجريبية على مجموعتين أولاهما من الريف والأخرى من المدينة، استخدم مع الأولى أسلوبا تحفيزيا للمشاركة في الدروس، ولم يستخدمه مع المجموعة الثانية، وانطلق الباحث من فرضية تقول: "نظام الحوافز لا يحدث فروقا ذات دلالة إحصائية بين تلاميذ الريف وتلاميذ المدينة فيما يخص المشاركة في الدروس".

العينات	مشارك (ة)	غير مشارك (ة)	المجموع
تلاميذ الريف	(b)38	(a)46	84
تلاميذ المدينة	(d)62	(c)54	116
المجموع	100	100	200

الحل:

$$a = 46 / c = 54 / b = 38 / d = 62$$

$(a \times d - b \times c)$ أكبر من 0 إذاً نستعمل المعادلة الثانية:

$$Z = \frac{\left[(46 \times 62 - 54 \times 38) + \frac{200}{2}\right]}{\frac{\sqrt{(100)(100)(84)(116)}}{200-1}}$$

$$= \frac{[(2852 - 2052) + 100]}{\frac{\sqrt{(100)(100)(84)(116)}}{200-1}}$$

$$= \frac{[(2852 - 2052) + 100]}{\frac{\sqrt{97440000}}{199}}$$

$$= \frac{900}{\sqrt{489648.24}} = \frac{900}{699.75}$$

$$\boxed{Z = 1,29}$$

الدلالة الإحصائية: نلاحظ أن قيمة z المحسوبة (1.29) أقل من القيمة الحرجة لاختبار الطرفين (2.33) (لأن الفرضية الصفرية غير موجهة) اللازمة للدلالة الإحصائية عند مستوى 0.05، وهذا يشير إلى أن النظام المستعمل للتحفيز على المشاركة في الدروس، لا يحدث فروقا ذات دلالة إحصائية بين الأفراد فيما يخص مشاركتهم أو عدم مشاركتهم في الحصص الدراسية. هذا يدل على أن النظام المستعمل في التجربة ليس له تأثير على دافعية التلاميذ في المشاركة في الدروس.

اختبار Z

يعد اختبار Z من الاختبارات البارامترية، وبذلك يجب التحقق قبل استعماله من الشروط الآتية:

- ✓ اعتدالية التوزيع. ونستطيع التخلص من هذا الشرط، كلما كان حجم العينة كبيرا، لأنه كلما تزايد حجم العينات، فإن توزيع المعاينة يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن شكل المجتمع الأصلي.
- ✓ يجب أن تكون العينات عشوائية.
- ✓ تجانس العينات.

لهذا الاختبار الذي يصلح لاختبار فرضيات الفروق، ثلاثة استعمالات:

أ- للمقارنة بين نسبتين مئويتين.

ب- لفحص فرضيات الفروق بين متوسطي عينتين مستقلتين:

ج- لفحص الفرضيات المتعلقة بعينة واحدة.

قد نرغب أحيانا في القيام بتحليلات إحصائية لمتغيرات لها تقسيم ثنائي أي أنها لا تتضمن سوى صنفين من الأجوبة، يلغي أحداهما الآخر، مثل: (صحيح، خطأ) أو (ذكر، أنثى) أو (ناجح، راسب) (مشارك، غير مشارك...). هنا نجد أنفسنا أمام مشكلة، حيث أننا نتوفر على جواب واحد فقط لكل فرد.

أ-اختبار Z للمقارنة بين نسبتين مئويتين.

لنفرض أننا قدمنا لطفلين (سفيان وعصام) وهما من ذوي الاحتياجات الخاصة، أسماء مبعثرة مكتوبة على وريقات لخمسين (50) صورة لحيوانات ، وطلبنا منهما وضع الاسم المناسب أمام الصورة المناسبة له، وانطلقنا من فرضية تقول: "لا يوجد اختلاف بين الطفلين فيما يخص تعرفهما على أسماء صور الحيوانات المقدمة لهما"، ولنفرض أننا أحصينا أن سفيان نجح 36 مرة في الخمسين محاولة، بينما نجح عصام 48 مرة في الخمسين محاولة، فإننا نجد أن نسبة النجاح بالنسبة للطفل الأول تساوي: $\frac{36}{50}=72\%$ ونسبة النجاح بالنسبة للطفل الثاني تساوي $\frac{48}{50}=96\%$. والسؤال

المطروح هنا هو: هل إنجازات الطفل الأول هي فعلا أقل من إنجازات الطفل الثاني، أم أن الفرق بينهما راجع إلى الصدفة؟ للإجابة عن هذا السؤال يجب أن نحول النسب المئوية إلى قيمة تسمى قيمة Z باستعمال الصيغة الرياضية الآتية:

$$Z = \frac{x1 - x2}{\sqrt{\left(\frac{x1 \times (100 - x1)}{N1}\right) + \left(\frac{x2 \times (100 - x2)}{N2}\right)}}$$

حيث أن:

$x1$ = النسبة المئوية التي تحصل عليها الفرد الأول.

$x2$= النسبة المئوية التي تحصل عليها الفرد الثاني.

N1 = عدد المحاولات التي قام بها الفرد الأول.

N2 = عدد المحاولات التي قام بها الفرد الثاني.

التطبيق:

2x −1x = 96−72= 24 (القيمة المطلقة هي 24)

$$Z = \frac{24}{\sqrt{\left(\frac{72 \times (100 - 72)}{50}\right) + \left(\frac{96 \times (100 - 96)}{50}\right)}}$$

$$Z = \frac{24}{\sqrt{\left(\frac{72 \times 28}{50}\right) + \left(\frac{96 \times 4}{50}\right)}}$$

$$Z = \frac{24}{\sqrt{\left(\frac{2016}{50}\right) + \left(\frac{384}{50}\right)}}$$

$$Z = \frac{24}{\sqrt{40.32 + 7.68}}$$

$$Z = \frac{24}{\sqrt{48}} = \frac{24}{6.93}$$

$$\boxed{Z = 3.46}$$

الدلالة الإحصائية لاختبار Z:

للتأكد من الدلالة الإحصائية لاختبار z هناك حالتين:

أ- عندما يحدد الباحث في فرضيته اتجاه الاختلاف، مثل: (سفيان أحسن من عصام في التعرف على أسماء صور الحيوانات)، يستعمل اختبارا ذو حد واحد.

ب- عندما لا يحدد الباحث في فرضيته اتجاه الاختلاف، مثل: (لا يوجد اختلاف بين سفيان وعصام في التعرف على أسماء صور الحيوانات)، يستعمل اختبار ذو حدين، فالاتجاه في فرضية هذا المثال غير محدد "لا يوجد اختلاف بين الطفلين فيما يخص تعرفهما على أسماء صور الحيوانات المقدمة لهما".

لتحديد قيمة الدلالة الإحصائية لاختبارZ يرجع الباحث إلى جدول القيم الحرجة الآتي:

	مستوى الثقة		
نوع الاختبار	0.01	0.05	0.10
اختبار ذو حدين	2.58	1.96	1.64
اختبار ذو حد واحد	2.33	1.64	1.28

انطلقنا في مثال سفيان وعصام من فرضية لم نحدد فيها اتجاه الفرق، ونريد معرفة دلالة قيمة Z عند مستوى الدلالة (0.05)، بما أن قيمة Z = 3.46، فإننا نقرر ما يلي: بما أن قيمة (Z) المحسوبة (3.46) أكبر من قيمة (Z) الحرجة (1.96) نقرر رفض الفرضية الصفرية، ونؤكد أن هناك فرقا حقيقيا بين نتائج سفيان وعصام فيما يخص التعرف على أسماء صور الحيوانات المقدمة لهما، وبالتالي فهو فرق لا يرجع إلى الصدفة، وهو دال إحصائيا عند مستـــوى ألفا = (0.05) ، وهذا الفرق لصالح عصام لكونه صاحب النسبة المئوية المرتفعة.

ب – اختبارZ لفحص فرضيات الفروق بين متوسطي عينتين مستقلتين:

يستعمل اختبار Z أيضا للمقارنة بين متوسط العينات، وفي مثل هذه المقارنة يتم حساب قيمة بالمعادلة التالية:

$$Z = \frac{m_1 - m_2}{s}$$

حيث أن:

m_1= متوسط العينة الأولى.

m_2= متوسط العينة الثانية.

S = الانحراف المعياري للعينة الأولى والثانية.

مثال: أراد باحث أن يتأكد من فعالية طريقة لعلاج التوحد، فاختار بطريقة عشوائية 100 طفل توحدي و90 طفلة توحدية وبعد تجريب طريقته على العينتين، أجرى لكل عينة اختبارا لقياس التغير الذي حدث بعد التجريب، فحصل على متوسط لعينة الذكور = 9 وتباين = 5 وعلى متوسط لعينة الإناث= 5.5 وتباين = 4 وطرح الباحث السؤال التالي: هل يمكن أن نؤكد أن الفرق بين متوسط الذكور ومتوسط الإناث دال عند مستوى الدلالة 0.05؟ ثم اقترح الباحث الفرضية التالية كجواب مؤقت على سؤاله: لا يوجد اختلاف دال بين الذكور والإناث بعد تجريب طريقة علاج التوحد.

<u>الحل:</u>

المعطيات:

n_1 = حجم العينة الأولى = 100

n_2 = حجم العينة الثانية = 90

m_1 = متوسط المجموعة الأولى = 9

m_2= متوسط المجموعة الثانية = 5.5

S_1^2 = تباين المجموعة الأولى = 5.

S_2^2 =تباين المجموعة الثانية = 4.

الفرضية الصفرية H_0: لا توجد فروق دالة بين متوسطي نتيجة العلاج للعينتين.

الفرضية البديلة H_1: توجد فروق دالة بين متوسطي نتيجة العلاج للعينتين.

العمليات الحسابية لإيجاد قيمة Z.

$$S^2 = \frac{s_1{}^2}{n_1} + \frac{s_2{}^2}{n_ė}$$

$$s_1{}^2 = s_1{}^2 \times \frac{n_1}{n_1 - 1}$$

$$s_2{}^2 = s_2{}^2 \times \frac{n_2}{n_2 - 1}$$

$$s_1{}^2 = 5 \times \frac{100}{99} = 5.05$$

$$s_2{}^2 = 4 \times \frac{90}{89} = 4.04$$

نحسب الانحراف المعياري (S):

$$s^2 = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} = \frac{5,05}{100} + \frac{4,04}{90} \cong 0,094 \Rightarrow s = \sqrt{s^2} = 0,308$$

مستوى الدلالة هو: 0.05

القيمة الحرجة=1.96 لأن الاختبار ذو حدين (الاتجاه غير محدد في الفرضية الصفرية).

نحسب قيمة Z :

$$Z = \frac{m_1 - m_2}{s} = \frac{3.5}{0.308} = 11.36$$

بما أن قيمة Z أكبر من القيمة الحرجة 1,96 نرفض الفرضية الصفرية بنسبة ثقة = 5 بالمائة، ونؤكد أن الفرق بين متوسط العينتين دال إحصائيا، وهو لصالح عينة الذكور لأنها العينة التي حصلت على أكبر متوسط.

ج – اختبار Z لفحص الفرضيات المتعلقة بمتوسط واحد (عينة واحدة)

يمكن تطبيق اختبار Z لفحص فرضيات متوسط واحد، وفي هذه الحالة يتم تطبيق المعادلة التالية:

$$\boxed{Z = \frac{\overline{X} - m}{S / \sqrt{n}}}$$

حيث أن:

$\overline{X}$ = متوسط العينة.

m = متوسط المجتمع.

n = حجم العينة المختارة.

S = الانحراف المعياري للعينة.

مثال: في عينة عشوائية مكونة من تسجيل 100 حالة وفاة في قرية معينة، تبين أن متوسط العمر في العينة = 67.5 سنة والانحراف المعياري 8 أعوام فهل هذا يوضح أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من 65 سنة؟ لنستخدم مستوى دلالة % 5.

الحل: نفرض أن μ متوسط العمر في هذه القرية.

$$H_O : \mu = 65$$

$$H_O : \mu \geq 65$$

$$H_1 : \geq 65 \quad u$$

1- نعلم أن:

$Z = \frac{\overline{X} - m}{S / \sqrt{n}}$ لها توزيع طبيعي.

–عند مستوى الثقة95% وباستخدام معلوماتنا السابقة عن التوزيع الطبيعي يمكن تحديد منطقة القبول أو الرفض، أي أن منطقة الرفض هي المنطقة التي فيها $Z > 1.65$.

– من بيانات العينة نجد أن:

$67.6 = \overline{X}$

8 أعوام $= S \cong \sigma$ مفردة $100 = n$

إذن: قيمة Z المشاهدة: $Z = \frac{\overline{X} - m}{S / \sqrt{n}} = \frac{67.5 - 65}{8\sqrt{100}}$

$$\boxed{Z = 3.125}$$

نلاحظ أن قيمة Z (3.125) أكبر من 1.65 لهذا فإن Z المشاهدة تقع في منطقة الرفض، ومن ثم فإن القرار هو رفض H_0 ، ونستنتج من ذلك أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من 65 سنة؛ أي أن H_1 هو الفرضية المقبولة، وبالتالي هناك اختلاف بين متوسط عمر العينة ومتوسط عمر المجتمع الذي سحبت منه العينة.

اختبارات "T"

يعود الفضل في ظهور هذا الاختبار إلى العالم الإنجليزي (William Sealy Gosset) الملقب بـــ: Stutdent (1876-1937) و يستعمل هذا الاختبار لحساب دلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة وغير المرتبطة للعينات المتساوية وغير المتساوية. وتوجد مجموعة من النماذج لاختبار"T" ولكل نموذج مجال استخدامه، ومهما كان النموذج، لابد من فحص توفر الشروط التالية قبل تطبيقه:

- ✓ أن يكون توزيع العينتين اعتداليا.
- ✓ أن يكون حجم العينتين متقاربا.
- ✓ ألا يقل حجم العينتين عن 30 فردا.
- ✓ أن تكون العينتان متجانستان.

<u>النموذج الأول:</u>

اختبار T لعينة واحدة (أو لعينتين مرتبطتين أو متشابهتين).

هو أحد استخدامات اختبارTوالغرض منه هو اختبار فرضية حول متوسطي عينة واحدة، ويستخدم:

- ✓ عندما تكون للباحث مجموعة من الأفراد يلاحظها في وضعيتين مختلفتين.
- ✓ عندما تكون لدى الباحث عينة واحدة يطبق عليها اختبارا قبليا واختبارا بعديا، وغالبا ما تحدث هذه الوضعية في المنهج التجريبي.
- ✓ عندما تكون لدى الباحث عينتان مختلفتان ولكنهما متشابهتين في بعض الخصائص، غير أنه في مثل هذه الحالة، يجب على الباحث أن يتأكد من أن هذه الخصائص ترتبط ارتباطا وثيقا بالمتغير التابع.

لتطبيق هذا النموذج من اختبار T (لعينة واحدة) يتم استعمال الصيغة التالية:

$$T_0 = \frac{\overline{D}}{S\overline{D}}$$

حيث أن:

$\overline{D}$ =متوسط الفرق بين الدرجات في الوضعية الأولى ودرجاتها في الوضعية الثانية.

S = الانحراف المعياري للعينة ويحسب بالمعادلة التالية:

$$\overline{D} = \frac{\sum D}{n}$$

D = الفرق بين الدرجات.

n = عدد أفراد العينة

$$S\overline{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}}$$

$$SD = \sqrt{\frac{n\sum D^2 - (SD)^2}{n(n-1)}}$$

الدلالة الإحصائية لاختبار T لعينة واحدة (عينتين مترابطتين).

تقدر قيمة درجة الحرية في حالة استخدام اختبار T لعينة واحدة كما يلي:

$$\boxed{df = n - 1}$$

df = درجة الحرية.

مثال: أراد باحث تجريب فعالية دواء يعالج الاكتئاب، فاختيار عينة تتكون من10 اكتئابيين، وقاس درجة الاكتئاب قبل تجريب الدواء عليها، ثم قاس درجة الاكتئاب بعد إعطائها الدواء لمدة معينة، وافترض الباحث ما يلي: "لا يوجد اختلاف بين درجة الاكتئاب قبل تناول الدواء وبعد تناوله" وجاءت نتائج التجربة كما يلي:

القياس القبلي (س)	القياس البعدي (ص)	الفروق	D	مربع انحراف الفروق SD
7	10	3	1	1
3	5	2	0	0
7	6	1−	3−	9
5	8	2	0	0
8	10	2	0	0
4	6	2	0	0
5	7	2	0	0
2	8	6	4	16
3	6	3	1	1
6	5	1−	3−	9
مج=50 المتوسط = 5	مج = 70 المتوسط = 7	مج D= 20 متوسط الفروق = 2	0	36

$$T_0 = \frac{\overline{D}}{\sqrt{\frac{\Sigma SD}{n(n-1)}}}$$

$$T_0 = \frac{2}{\sqrt{\frac{36}{10(10-1)}}} = 3.16$$

درجات الحرية = $df = n - 1$

T المجدولة عند مستوى 0.05 لدرجات حرية 9 = 2.26 أي أن T المحسوبة أكبر من T المجدولة عند مستوى 0.05 وبالتالي فإن الفرق دال إحصائيا بين القياس القبلي والقياس البعدي، إذن للدواء المجرب فعالية.

النموذج الثاني:

اختبار T لعينتين مستقلتين وغير متساويتين في الحجم $n_1 \neq n_2$

يخضع هذا النموذج لنفس الشروط التي يتطلبها أي اختبار باراميتـــري، وهو يقوم على مقارنة متوسطي عينتين اختيرتا بطريقة عشوائية ولهما تباينين متساويين. وتكون العينتان مستقلتان عندما لا يكون الفرد الواحد موجودا في كلتا العينتين، مثل اختيار علامات فوجين من الطلبة في امتحان واحد يتضمن نفس الأسئلة. يقوم هذا النموذج على التحقق من الافتراضات التالية:

$$H_O = \overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 0$$

$$H_1 = \overline{X}_1 - \overline{X}_2 \neq 0$$

يحسب اختبار T لهذا النموذج بالمعادلة التالية:

$$\boxed{T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{(n1-1)S_1^2 + (n2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}}$$

حيث أن:

$\overline{X}_1$ = متوسط العينة الأولى.

$\overline{X}_2$ = متوسط العينة الثانية.

S_1^2 = تباين العينة الأولى.

S_2^2 = تباين العينة الثانية.

n1 = عدد أفراد العينة الأولى.

n2 = عدد أفراد العينة الثانية.

درجة الحرية للمقارنة بين عينتين مستقلتين = $df = n_1 + n_2 - 2$

مثال: افترض باحث ما يلي: "لا يوجد اختلاف بين الذكور والإناث في تحصيل الإحصاء". وبعد إجراء عملياته الحسابية تحصل على ما يلي:

الإناث	الذكور
$n_{2=4}$	$n_{1=5}$
$\overline{X}_2 = 10.7667$	$\overline{X}_1 = 10.9625$
$s_2^{\ 2} = 3.073$	$s_1^{\ 2} = 3.239$

خطوات الحل:

نلاحظ أن حجم العينتين غير متساويين، إذن لابد من حساب التجانس، لأن عدم تساوي الأفراد يؤثر على التجانس، واختبار التجانس هو اختبار فيشر، فإذا كانتF المحسوبة أقل من F المجدولة، دل ذلك على أن العينتين متجانستين.

1- نحسب النسبة الفائية (F) $\left(\dfrac{S_1^{\ 2}}{S_2^{\ 2}}\right) = \dfrac{3.239}{3.073} = 1.05$

2- نحسب درجات حرية التباين الكبير (3.239) = n_1-1= 5-1= 4 ودرجات حرية التباين الصغير(3.073)= n_2-1=4-1=3.

3- نكشف في جداول النسبة الفائية (جدولF) عند درجات حرية التباين الكبير (البسط = 4) ودرجات حرية التباين الصغير (المقام=3)، نجد أن قيمة النسبة الفائية الجدولية (F) = 9,12 عند مستوى الدلالة 0.05، وبما أن F المجدولة أكبر من F المحسوبة(1.05) فإننا نستطيع أن نستخلص أن العينتين متجانستين، ثم نطبق اختبار "T" لعينتين مستقلتين ومتجانستين وغير متساويتين في الحجم.

$$T = \frac{10.9625 - 10.7667}{\sqrt{\dfrac{(5-1)3.239 + (4-1)3.073}{5+4-2}\left[\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}\right]}} = 0.16$$

درجة الحرية = n_1+n_2-2 = 5+4−2 = 7.

إذا ما رجعنا إلى جدول "T" لاستودنت، نجد القيمة المقابلة لدرجات حرية 7عند مستوى الدلالة 0.05 لاختبار الطرفين (لأن الباحث لم يحدد اتجاه الاختلاف في فرضيته) = 2.36، وبما أن"T" المحسوبة (0.16) أقل من المجدولة، فإننا نقبل الفرضية الصفرية التي تقول "لا يوجد اختلاف بين الذكور والإناث في تحصيل الإحصاء". وهو ما يفيد أن الفروق في تحصيل وحدة الإحصاء بين الذكور والإناث لا يرجع إلى عامل الجنس، فالجنس لا يؤثر على تحصيل الإحصاء بنسبة خطإ في النتيجة تساوي 5% وبثقة تساوي 95%.

النموذج الثالث:

اختبار"T" لعينتين مستقلتين وغير متجانستين $(S_1{}^2 \neq S_2{}^2)$ وغير متساويتين في الحجم $(n_1 \neq n_2)$:

للتأكد من فرضية تدعي عدم وجود فروق دالة بين عينتين مستقلتين وغير متساويتين في الحجم وغير متجانستين، ينبغي تطبيق المعادلة الآتية:

$$T=\frac{\overline{X_1}-\overline{X_2}}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_1{}^2}{n_2}}}$$

حيث أن:

$\overline{X_1}$=متوسط العينة الأولى.

$\overline{X_2}$=متوسط العينة الثانية.

n1 = حجم العينة الأولى.

n2= وحجم العينة الثانية.

S_1^2 =تباين العينة الأولى.

S_2^2 = تباين العينة الثانية.

الخطوات:

أ. نحسب قيمة:" T" بالمعادلة السابقة.

ب. نحسب مستوى الدلالة (0.05).

ج. نحسب درجات حرية العينة الأولى (ن$_1$−1) ودرجات حرية (ن$_2$− 1).

د. نحسب قيمة T_1 للعينة الأولى المقابلة لدرجات حرية (ن$_1$−1).

ه. نحسب قيمة T_2 للعينة الثانية المقابلة لدرجات حرية (ن$_2$−1).

و. نحسب قيمة" T'" الفروق باستخدام كل ن T_1 و T_2 من العادلة التالية:

$$T' = \frac{T_1\left(\frac{S_1^{\,2}}{n_1}\right) + T_2\left(\frac{S_2^{\,2}}{n_2}\right)}{\frac{S_1^{\,2}}{n_1} + \frac{S^{\,2}}{n_2}}$$

نقارن بين قيمتي "T"و "T'" فإذا كانت "T" أكبر أو تساوي "T'" عند مستوى الدلالة المحدد، دل ذلك على وجود فروق دالة إحصائيا بين متوسطي درجات المجموعتين، أما إذا كانت "T" أصغر "T'" دل ذلك على عدم وجود فروق دالة بين متوسطي الدرجات.

مثال: في دراسة للعدوانية عند مجموعتين من الريفيين والحضر، وجدت باحثة البيانات التالية:

الحضر	الريف
$n_2 = 20$	$n_1 = 10$
$\overline{X_2} = 16$	$\overline{X_1} = 20.6$
$S^2{}_2 = 6.72$	$S^2{}_1 = 28.42$

خطوات الحل:

1− نحسب قيمة F لفحص التجانس: $4.23 = \left(\frac{28.42}{6.72}\right)$

2- درجات حرية التباين الكبير (28.42) $= n_1 - 1 = 9$ ودرجات حرية التباين الصغير (6.72) $= n_2 - 1 = 19$.

3- نكشف في جدول F عند درجات حرية التباين الكبير (البسط=9) ودرجات حرية التباين الصغير (المقام = 19) ونجد أن القيمة الجدولية F =2.42 عند مستوى الدلالة 0.05 وهذا يدل على عدم تجانس العينتين، مما يدعو إلى تطبيق المعادلة الخاصة بهذا النموذج.

$$T = \frac{20.6 - 16}{\sqrt{\frac{28.42}{10} + \frac{6.72}{20}}}$$

$$\boxed{T = 2.58}$$

إذا حددنا مستوى الدلالة 0.05 فإن T_1 للمجموعة 1 المقابلة لدرجات حرية 9 عند مستوى 0.05 = 2.262 لاختبار الطرفين وT_2 للمجموعة 2 المقابلة لدرجات حرية 19 عند مستوى 0.05= 2.093.

$$T' = \frac{T_1\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right) + T_2\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)}{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}$$

$$T' = \frac{2.262\left(\frac{28.42}{10}\right) + 2.093\left(\frac{6.72}{20}\right)}{\frac{28.42}{10} + \frac{6.72}{20}} = 2.24$$

نلاحظ أن قيمة "T" المحسوبة (2.58) أكبر من "T'" (2.24) عند مستوى الدلالة المحدد وهو 0.05 وبالتالي يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسطي درجات العدوانية، لصالح سكان الريف باعتبار أن متوسطهم هو الأكبر.

النموذج الرابع:

اختبار "T" لعينتين مستقلتين ومتساويتين في الحجم $(n_1 = n_2)$

في حالة وجود عينتين متساويتين في الحجم وغير مرتبطتين، ينبغي تطبيق المعادلة التالية:

$$T = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{S_1^{\,2} + S_2^{\,2}}{N-1}}}$$

حيث أن:

$\overline{X_1}$ = متوسط العينة الأولى.

$\overline{X_2}$ = متوسط العينة الثانية.

S_1^2 = تباين العينة 1.

S_2^2 = تباين العينة 2.

$n_2 = n_1 = N$

درجات الحرية = n2 -1

مثال: في اختبار لقياس الذكاء المتعدد على مجموعة تتكون كل واحدة منهما من 31 تلميذا وتلميذة انطلق باحث من فرضية تقول: "لا يوجد فرق بين الذكور والإناث فيما يخص الذكاء المتعدد".

مجموعة الذكور	مجموعة الإناث
$n_2 = 15$	$n_2 = 15$
$\overline{X_2} = 15.81$	$\overline{X_1} = 23.63$
$S_2 = 2.62$	$S_1 = 3.62$

الحل:

$$T = \frac{23.63 - 15.81}{\sqrt{\frac{(3.62)^2 + (2.62)^2}{15-1}}}$$

$$T = 6.55$$

بما أن درجات الحرية = $2n-1$، فإن قيمتها في مثالنا = 29 والقيمة المقابلة لها في جدول "T" عند مستوى الدلالة 0.05 وعند اختبار الطرفين = 2.045 وبالتالي فإن الفرضية الصفرية التي طرحها الباحث مرفوضة لأن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية عند مستوى الدلالة المحدد وبمستوى الطرفين، والفرق لصالح مجموعة الإناث لأنها تحصلت على متوسط أكبر من متوسط الذكور.

تحليل التباين الأحادي

يختصر هذا المفهوم عند الباحثين وعلماء الإحصاء في الكلمة الإنجليزية (Analyse Of Variance= Anova). وكان عالم الإحصاء والبيولوجيا البريطاني رونلد إيملر فيشر Ronald Aymler Fisher (1890-1962) أول من ساهم في حل الإشكاليات التي تطرحها المقارنات على المحللين الإحصائيين بوضعه لتحليل التباين كأسلوب إحصائي يستخدمه الباحثون لما يريدون القيام بمقارنة تتضمن أكثر من متوسطين (أكثر من مجموعتين). ومن ثم يعد اختبار F (رمز تحليل التباين) امتدادا لاختبار T الذي وضعه ستودنت. وكان الباحث الإنجليزي سيريل بيرت (Cyril Burt 1911 -1971) أول من نقل تحليل التباين من العلوم البيولوجية إلى مجال العلوم النفسية والتربوية.

يساعد تحليل التباين في تحقيق عدد من الأهداف في مجال الدراسات العلمية النفسية والتربوية والاجتماعية، ومن بين هذه الأهداف نذكر ما يلي:

- ✓ دراسة أثر عامل أو مجموعة من العوامل على متغير كمي.
- ✓ مقارنة 3.4.5 ...متوسطات مجموعات فيما بينها.
- ✓ قياس الدلالة الإحصائية في أداء الأفراد والجماعات.
- ✓ قياس الفروق بين الجماعات والأفراد في السمات والمزاج.
- ✓ قياس الفروق القائمة في التحصيل.
- ✓ قياس مدى تجانس عينات المختبرين والمفردات التي تتكون منها الاختبارات النفسية.
- ✓ تبيان أي مجموعة من المجموعات تختلف عن المجموعات الأخرى المدروسة بواسطة تحليل التباين.

إن هذه الأهداف لن تتحقق إلا إذا توفرت الشروط اللازمة للقيام بأية معالجة إحصائية تستخدم تحليل التباين وهي:

- استقلالية العينات.
- اعتدالية التوزيع.
- تجانس التباينات.
- متغير تابع كمي.

فمثلا قد يطرح الباحث في استخدامه لتحليل التباين الأسئلة التالية: هل للعينات المدروسة نفس المتوسطات الحسابية؟ أو هل بينها فروق؟ وإذا كانت كذلك، فهل الفروق بين المتوسطات دالة أم لا.

بالفعل، وبواسطة تحليل التباين يمكن للباحث دراسة دلالة الفروق بين أكثر من متوسطين دون اللجوء إلى القيام بمقارنات زوجية. لأن مثل هذه المقارنات يتطلب من جهة وقتا أطول وجهدا أكبر، ويخيم على هذه المقارنات المتعددة من جهة ثانية، احتمال الوقوع في أخطاء واحتمال اتخاذ قرارات غير سليمة.

للتوضيح؛ إذا أردنا مقارنة متوسطي درجات الذكاء عند مجموعتين واحدة من الذكور والأخرى من الإناث في تحصيل مادة الإحصاء، فإننا نحتاج لاختبار T لمعرفة دلالة الفروق بين هاتين المجموعتين، لماذا؟ لأن لدينا متغير مستقل هو الذكاء ومتغير تابع هو درجات تحصيل الإحصاء، لكن إذا كان لدينا أربع مجموعات ونريد إجراء مقارنة بينها في متغير ما، فيمكن أن تتم هذه المقارنة باستعمال اختبار T كالتالي:

(المجموعة 1 مع المجموعة 2).

(المجموعة 1 مع المجموعة 3).

(المجموعة 1 مع المجموعة 4).

(المجموعة 2 مع المجموعة 3).

(المجموعة 2 مع المجموعة4).
(المجموعة 3 مع المجموعة4).
وكلما زاد عدد المجموعات زاد عدد المقارنات، ويبين القانون التالي عدد المقارنات:

$$\text{عدد المقارنات} = \frac{\text{عدد المجموعات} \times (\text{عدد المجموعات} - 1)}{2}$$

تتطلب هذه العمليات جهدا كبيرا ووقتا أطول، وتحليل التباين يساعد الباحث على اقتصاد الوقت والجهد معاً.

في تحليل التباين يوجد نوعان هما: تحليل التباين الأحادي وتحليل التباين المتعدد، وسنهتم في هذا الكتاب بالنوع الأول فقط: (تحليل التباين الأحادي).

إذا كان لدينا مقارنة ثلاثة متوسطات لتحصيل طلاب من التخصصات الآتية (آداب – اقتصاد – إعلام آلي) في مادة اللغة الانجليزية، فإننا سنحتاج لتحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) لماذا؟ لأن: لدينا متغير مستقل ذو ثلاث فئات هو التخصص (آداب – اقتصاد – إعلام آلي) ومتغير تابع هو درجات التحصيل في مادة اللغة الانجليزية.

مثال: أراد باحث أن يجرب فعالية ثلاث طرائق للتدريس في تحصيل اللغة الإنجليزية هي: (الطريقة الحوارية (1)، الطريقة الإلقائية (2)، طريقة التعلم الجماعي (3)) وانطلق من فرضية تقول: " لا تختلف فعالية الطرق الثلاثة في تحصيل اللغة الانجليزية". اختار الباحث ثلاث مجموعات من المتعلمين وبعد انتهاء التجربة، أجرى للمجموعات الثلاث اختبارا وتحصل على العلامات التالية:

مجموعة الطريقة (1)	مجموعة الطريقة (2)	مجموعة طريقة (3)
8	9	10
10	8	12
12	11	11
14	6	10
11	9	8
8	11	12
10	8	9
12	7	11
9	9	8
11	8	10

خطوات الحل:

1- نكون جدولا نسجل فيه مجموع درجات كل مجموعة ومجموع مربعات ه
الدرجات على النحو التالي:

الطريقة الحوارية		الطريقة الإلقائية		طريقة التعلم الجماعي	
X1	$X1^2$	X2	$X2^2$	X3	$X3^2$
8	64	9	81	10	100
10	100	8	64	12	144
12	144	11	121	11	121
14	196	6	36	10	100
11	121	9	81	8	64
8	64	11	121	12	144
10	100	8	64	9	81
12	144	7	49	11	121
9	81	9	81	8	64
11	121	8	64	10	100
$\sum X_1 = 105$	$\sum X_1^2 = 1135$	$\sum X_2 = 86$	$\sum X_2^2 = 762$	$\sum X_3 = 101$	$\sum X_3^2 = 1039$

2- مجموع المربعات داخل المجموعات:

مجموع المربعات د اخل المجموعة الأولى = $\sum x_1^2 - \left(\frac{\sum (x_1)^2}{n}\right)$

$$1135-\frac{(105)^2}{10}=32.5$$

مجموع المربعات داخل المجموعة الثانية = $\sum x_2^{\,2}-\left(\frac{\sum(x_2)^2}{n}\right)$

$$762-\frac{(86)^2}{10}=22.4$$

مجموع المربعات د اخل المجموعة الثالثة = $\sum x_3^{\,2}-\left(\frac{\sum(x_3)^2}{n}\right)$

$$1039-\frac{(101)^2}{10}=18.9$$

مجموع المربعات داخل المجموعات=

$$32.5+22.40+18.9=73.8$$

3- مجموع المربعات بين المجموعات:

أ. نحسب المتوسط العام لدرجات المجموعات الثلاث ($\overline{\overline{X}}$) من المعادلة الآتية:

$\overline{\overline{X}}$ = المجموع الكلي للدرجات ÷ عدد أفراد المجموعات =

$$\frac{292}{30}=9.73$$

ب. نحسب متوسط درجات كل مجموعة على النحو التالي:

- ✓ متوسط درجات المجموعة الأولى: 105 ÷ 10 = 10.5
- ✓ متوسط درجات المجموعة الثانية: 86÷10= 8.6
- ✓ متوسط درجات المجموعة الثالثة: 101÷10= 10.1

$n_1\left(\overline{X_1}-\overline{\overline{X}}\right)^2+n_2\left(\overline{X_2}-\overline{\overline{X}}\right)^2+n_3\left(\overline{X_2}-\overline{\overline{X}}\right)^2$

$\overline{\overline{X}}$ = المتوسط العام للدرجات.

مجموع المربعات بين المجموعات =

$$= 10(10.1 - 9.73)^2 + 10(8.6 - 9.73)^2 + 10(10.5 - 9.73)^2 =$$
$$1.37 + 12.77 + 5.93 = 20.07$$

4- المجموع الكلي للمربعات:

يمكن حساب المجموع الكلي للمربعات من المعادلة الآتية:

المجموع الكلي للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات

$$73.8 + 20.07 = 93.87$$

5- درجات الحرية:

- ✓ درجات حرية التباين داخل المجموعات = عدد الأفراد الكلي – عدد المجموعات وهي تساوي في المثال: 30− 3 = 27
- ✓ درجات حرية التباين بين المجموعات = عدد المجموعات −1 وهي تساوي في المثال: =3−1=2.
- ✓ درجات حرية المجموع الكلي للمربعات = درجات حرية داخل المجموعات + درجات حرية بين المجموعات = عدد الأفراد الكلي في المجموعات −1 وفي المثال = 30−1= 29

6- متوسط المربعات (التباين):

متوسط المربعات (التباين) داخل المجموعات =

مجموع المربعات داخل المجموعات ÷ درجات الحرية الداخلية =

2.73 = 27 ÷ 73.8

ويسمى متوسط المربعات أو التباين داخل المجموعات بتباين الخطأ.

متوسط المربعات (التباين) بين المجموعات =

مجموع المربعات بين المجموعات ÷ درجات الحرية البينية =

$20.07 \div 2 = 10.04$.

7- النسبة الفائية (F):

F = التباين الأكبر ÷ التباين الأصغر = $10.04 \div 2.73 = 3.67$

نبحث في جداول F عن درجات حرية البسط (التباين الأكبر) = 27 (في جدول F لا توجد القيمة 27) لنأخذ القيمة التي تليها في الجدول وهي 28 ودرجات حرية المقام (التباين الأصغر) = 2 ومستوى الدلالة 0.05، نجد أن قيمة F المجدولة =3.35. نلاحظ أن قيمة F المحسوبة 3.67 أكبر من قيمة F المجدولة ومن ثم نقرر أن الفرضية الصفرية مرفوضة، عند مستوى (0.05) ونقبل الفرضية البديلة، وبالتالي فإن متوسطات المجموعات الثلاث المدروسة تختلف فيما بينها، بمعنى أنه توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسطات درجات تحصيل تلاميذ المجموعات الثلاث فهي تختلف باختلاف طرق تدريس مادة اللغة الإنجليزية.

يمكن للباحث تلخيص نتائجه النهائية في جدول كالتالي:

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	التباين (متوسط المربعات)	النسبة الفائية
بين المجموعات	20.07	2	10.07	
داخل المجموعات	73.8	27	2,73	3.67
المجموع الكلي	93.87	29		

بعد تلخيص النتائج في جدول كالسابق، وخروج الباحث بقرار رفض الفرضية الصفرية، يمكن للباحث تحديد مكان الفرق الدال بين المجموعات ويجيب على التساؤلات التالية:

1. هل يوجد فرق دال بين المجموعة الأولى والثانية؟
2. هل يوجد فرق دال بين المجموعة الأولى والثالثة؟
3. هل يوجد فرق دال بين المجموعة الثانية والثالثة؟
4. إذا كان هناك فرق دال فهو لصالح أية مجموعة؟

من المكن الإجابة على هذه الأسئلة باستعمال اختبار أدنى فـــرق دال: L .S . D (Least Significant Difference Test) الذي اقترحه فيشر سنة 1948 وهو يستعمل في حالة تساوي حجم العينات لاختبار الفروق بين المقارنات الثنائية بعد حساب النسبة الفائية (F) ومعادلته كالتالي:

$$\boxed{LSD = t_c \times v_r \sqrt{\frac{2}{n}}}$$

حيث أن:

$t = t_c$ الجدولية المقابلة لدرجات حرية داخل المجموعات (درجات حرية تباين الخطأ) عند نفس مستوى الدلالة الذي استعمله الباحث في حسابه للنسبة الفائية.

v_r = جذر قيمة متوسط المربعات داخل المجموعات.

n = عدد أفراد أي عينة (حالة تساوي العينات).

وإذا ما واصلنا تحليل المثال السابق الذي تتساوى فيه أحجام العينات الثلاث يمكن أن نحسب أدنى فرق دال:L.S.D كالآتي:

$$LSD = 2.052 \times 1.65 \sqrt{\frac{2}{10}} = 3.3858 \times 0.447$$

$$\boxed{LSD = 1.513}$$

لتحديد الفروق بين المجموعات الثلاث يتم وضع جدول كالتالي:

المجموعات	المتوسطات	فروق المتوسطات		
		الأولى	الثانية	الثالثة
الأولى	10.5	/	=8.6-10.5 1.9 أكبر من 1.51= الفرق دال	0.4=10.1-10.5 0.4 أصغر من 1.51= الفرق غير دال
الثانية	8.6		/	-8.6 -1.5=10.01 أصغر من 1.51= الفرق غير دال
الثالثة	10.1			/

يتضح أن هناك فرقا دالا بين المجموعتين الأولى والثانية لصالح المجموعة الأولى لأنها تحصلت على متوسط أكبر(10.5)، ولا يوجد فرق دال بين المجموعة الأولى والثالثة وبين المجموعة الثانية والثالثة فيما يخص فعالية طرق التدريس الثلاث في تحصيل اللغة الإنجليزية، وبالتالي فإنه يمكن القول إن للطريقة الحوارية أثر في إحداث فروق في تحصيل اللغة الإنجليزية.