



جامعة سيدي محمد بن عبد الله

كلية الآداب والعلوم الإنسانية

ظهر مہراز فاس

د. مصطفى قشوح

المنطق و آليات الاستدلال : المنطق الاستدلالي
(الفصل الثاني)
الرمزي

المنطق و آليات الاستدلال

مجموع المحاضرات

المصدر الأساسي:

محمد مرسلي [1989]، دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي، الطبعة الأولى (الدار البيضاء: دار توبقال للنشر والتوزيع).

برنامج الفصل:

(1) مدخل تاريخي:

- أهمية المنطق في الخطاب الفلسفي
- تعريف المنطق
- مشاكل المنطق الأرسطي
- المنطق الرياضي-الرمزي الحديث

(2) نظرية منطق القضايا

2-1 مقدمات النظرية:

- ❖ التعريفات
- ❖ المتغيرات والثوابت

2-2 قواعد الاستنتاج:

- ❖ قواعد الروابط
- ❖ مدى الروابط

3-2 بناء البراهين: طرق البت

❖ مدخل: من الصورة الاستدلالية إلى الصورة القضية

❖ طرق البت

أولاً: الطريقة الجدولية:

- جداول الصدق العامة
- جداول الصدق المختصرة
- اللزوم والتلازم الجدولي

ثانياً: طريقة التحليل الصدقي

- استراتيجية التحليل الصدقي: العبارات والاستدلالات

ثالثاً: طريقة التشجير

- استراتيجية التشجير: العبارات والاستدلالات

(3) سلسلة التمارين

1)مدخل تاريخي:

1-1 الغاية من دراسة المنطق:

➤ أهمية المنطق في الخطاب الفلسفي

- "لا تدعوا جاهلا بالمنطق يتعلم التفلسف".
- تاريخ الفلسفة تاريخ مكتوب بلغة منطقية؛ فكل التيارات الفلسفية من أرسطو إلى فلسفة القرن العشرين استندت على أسس منطقية: (أرسطو، ديكارت، لايبنيذ، اسبينوزا، كانط، هيغل، هوسرل، لوباسكو، سمارانداكه...)

➤ في الحاجة للمنطق في حياتنا اليومية:

- أزمة المنطق في المجتمع المغربي
 - العقلية المغربية عقلية مفارقانية؛
 - رفض الخطاب المنطقي الاستدلالي وقبول بالخطاب الحكواتي (صندوق المعرفة الشعبية)؛
 - يعود سبب تعظيم السرد على الاستدلال إلى طغيان العقلية الإيمانية على العقلية الاستدلالية.
- للخروج من الأزمة السابقة يجب النظر للمنطق كعلاج عقلاني للفكر العربي، وذلك عبر بناء عقلانية منطقية قائمة على الاستدلال، تحلل وتحاجج ولا تؤمن إيمانا أعمى دون تفكير.

2-1 تعريف المنطق

التعريف اللغوي:

- في اللغة العربية: عرف ابن منظور المنطق في معجمه لسان العرب كمرادف للكلام: "نطق الناطق ينطق نطقا، والمنطق هو الكلام". (ابن منظور— لسان العرب مادة نطق (14/188))
- في اللغة اليونانية تعد كلمة logos أقرب كلمة لـ logic التي تعني العقل والعلم والخطاب واللغة.

تعريف المنطق عند أرسطو:

- لم يستعمل أرسطو كلمة منطق في مؤلفاته المنطقية، وإنما استعمل كلمة التحليلات (أنالوطيقا) أو الفكر التحليلي للإشارة إلى مجموع القواعد التي تمنع العقل من السقوط في الأخطاء (المغالطات والمفارقات).
- ولم تظهر كلمة "المنطق" إلا لاحقا مع شراحه: أندرونيكوس الروديسي والإسكندر الأفروديسي وجالينوس. واستعملت هذه الكلمة للإحالة إلى تلك الآلة التي تعصم العقل من السقوط في الأخطاء.

تعريف المنطق عند شراح أرسطو

المحدثين

علم دراسة القواعد العامة للاستدلال الصحيح الذي بموجبه ينتقل العقل من مقدمات إلى نتيجة بناء على مبادئ منطقية محددة (جوبلو-وولف).

فلاسفة العصور الوسطى

الفلاسفة المسلمون:
المنطق آلة تعصم العقل من السقوط في الأخطاء (الفارابي) وأيضا هو معيار للتمييز بين الأشياء (ابن سينا)
الفلاسفة المسيحيون:
المنطق هو فن التمييز بين الحجج (الأكويني) وأيضا لقيادة العقل وتوجيهه نحو الصواب (بورت رويال).

الشراح الأوائل:
(ثامسطيوس، أندرونيكوس الروديسي فورفوريوس، الاسكندر الأفروديسي)

المنطق آلة
[أورغانون] تعصم العقل من السقوط في الزلل و الخطأ.

لم يصنف أرسطو وشراحه المنطق ضمن العلوم النظرية، وإنما وضعوه كشرط أولي [العلم الآلة/ المنهج] لكل العلوم سواء كانت نظرية أو عملية.

3-1 مكونات المنطق الأرسطي:

❖ قوانين ومبادئ الفكر (البديهيات المنطقية)

➤ مبدأ الهوية:

ينص هذا المبدأ على أن الشيء يظل هو هو [أي نفسه] لا يتغير مع مرور الزمن، ويمكن التعبير عنه بالصيغة الجبرية التي اقترحها لايبنيث: $A = A$ أو $A = A$

➤ مبدأ عدم التناقض

يعد هذا المبدأ امتداد مباشر لمبدأ الهوية وقد عبر عنه أرسطو بالقول "من المحال حمل صفة وعدم حملها بالمعنى نفسه"¹ بمعنى؛ إنه من المستحيل أن نحكم على شيء، بأنه موجود وغير موجود في الوقت نفسه، ويمكن التعبير عن هذا المبدأ بالصيغة الرمزية التالية:

⊢ (A ∧ ¬A) ⊢

➤ قانون الثالث المرفوع

يعد قانون الثالث المرفوع أقصى تجليات مبدأ عدم التناقض وينص هذا القانون على أن القضية إما تكون صادقة أو كاذبة، فإذا كانت القضية أ صادقة، فإن نفيها (¬A) ستكون كاذبة بالضرورة. ولا وجود لحد أوسط بين طرفي القضية الواحدة، فلا يمكن أن تكون القضية صادقة ونفيها صادق أيضاً. ويمكن استعمال اللغة المنطقية المعاصرة للتعبير عن هذا القانون: (A ∨ ¬A) ⊢.

❖ نظريات المنطق الأرسطي

1) نظرية التصور (كتاب المقولات)

❖ المقولات العشر (الجوهر، الكم، الكيف، العلاقة، المكان، الزمن،

الوضعية، الملكية، الفعل، الانفعال)؛

❖ نظرية المحمولات الكلية (الجنس، النوع، الفصل، العرض، الخاصة)؛

❖ نظرية التعريف.

¹ أرسطو، الميتافيزيقا، مقالة الجاما، ص. 1006ب، الفقرة 4، ترجمة إمام عبد الفتاح إمام في كتاب مدخل إلى الميتافيزيقا ص. ص. 323-324 (عن النسخة الانجليزية لدافيد روس، الأعمال الكاملة المجلد الثاني، ص 1553 وما بعدها، بإشراف ج. بارنز)، نهضة مصر للطباعة والنشر والتوزيع، ط1، 2005.

(2) نظرية الحكم أو القضية [يعني الحكم إثبات محمول لموضوع أو نفيه عنه].

(3) نظرية الاستدلال:

3-1: الاستدلال المباشر: استدلال منطقي يتم بموجبه استنتاج نتيجة من مقدمة وحيدة متفقة في الموضوع والمحمول أو مختلفة فيهما. (نقض المحمول، العكس المستوي).

3-2: الاستدلال غير المباشر: هو استدلال منطقي يتم بموجبه استنتاج نتيجة من مقدمتين أو أكثر. وله ثلاث صور: قياس (الاستنباط) أو استقراء أو تمثيل.

1-4 مشاكل المنطق الأرسطي

❖ سجن المنطق في اللغة الطبيعية مع أرسطو والسكولائيين، مما يعني نقل مشاكل اللغة الطبيعية إلى المنطق ويمكن تلخيص هذه المشاكل في:

(1) عدم الدقة؛

(2) الغموض؛

(3) الالتباس.

❖ التركيز على الكيف وإهمال الكم (التكميم الرياضي).

❖ ارتباط المنطق بالتفكير اللاهوتي.

1-5 المنطق الرمزي كتصحيح للمنطق الأرسطي

❖ جذور المنطق الرمزي

العصر الحديث :

(1) لايبنيذ والرياضيات الكونية:

إصلاح المنطق عبر البحث عن رياضيات كونية تسمح بالتعبير الدقيق عن التصورات والقضايا والاستدلالات المنطقية.

(2) جورج بول وجبر المنطق

تجريد المنطق من ثوابت اللغة الطبيعية، حيث أصبح المنطق معه عبارة عن حروف تحيل إلى المتغيرات القسوية وعمليات جبرية (+ - $\div$ =) تحيل إلى الثوابت المنطقية.

(3) جون فين وهندسة المنطق

عمل جون فين على تقويم المنطق الأرسطي من خلال إخضاعه لعلم الهندسة عبر ما يسمى بمخططات فين الهندسية .

العصر الوسيط (نصل وليام أوكام

:Okham's Razor)

ينص مبدأ أوكام على ضرورة الاقتصاد في التفكير: يجب الاكتفاء بأقل عدد من المبادئ لحل أصعب المشاكل.

❖ مميزات المنطق الرمزي عن المنطق الأرسطي.

1. يهدف المنطق الرمزي إلى تحقيق الصورة الكاملة.
2. لا يقتصر المنطق الرمزي على شكل واحد من الاستنباط (مثل المنطق الأرسطي (القياس)) وإنما له أشكال متعددة ومختلفة.
3. لا يرتبط المنطق الرمزي بنوع واحد من القضايا (القضايا المحلية) وإنما بكل أنواع القضايا.
4. يمكن استعمال المنطق الرمزي كأداة تحليلية منطقية في تحليل القضايا الفلسفية.

❖ تعريف المنطق الرمزي:

نقصد بالمنطق الرمزي ذلك العلم القائم بذاته، الذي يهتم بدراسة الأشكال العامة للاستدلال الاستنباطي، أي ذلك الاستنتاج الصحيح الذي ينتقل فيه العقل بشكل صحيح من قضية أو مجموعة من القضايا [مقدمات] إلى قضية أخرى تدعى النتيجة من خلال مجموعة من العلاقات الاستدلالية الرمزية. ويتألف المنطق الرمزي من نوعين من العناصر: الأولى تدعى المتغيرات وتحيل إلى القضايا (نحكم عليها إما بالصدق أو الكذب) والثانية الثوابت أو الروابط المنطقية. وبناء على هذه الأخيرة نحكم على صحة الاستدلال الرمزي.

❖ خصائص المنطق الرمزي

1) الخاصية الرمزية:

- تحويل العبارات والاستدلالات من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية، ولن يتحقق هذا الأمر إلا بمعرفة عنصرين: الأول المتغيرات والثاني الثوابت.
- يسمح استعمال الرموز بسهولة التعامل مع القضايا والعبارات، كما يمكننا من البرهنة على القضايا بسهولة فائقة.

مثال يعبر عن سهولة اللغة الرمزية:

حاصل فرق مربعي عددين هو حاصل ضرب جمعهما مع فرقهما تواليا أو عكسيا.

=

$$(a^2 - b^2) = (a-b) \cdot (a+b)$$

❖ الصورة المنطقية:

يقصد بالصورة المنطقية الشكل الذي يتخذه البرهان بغض النظر عن المحتوى أو مكونات البرهان (مادة المقدمات والنتيجة). فصحة البرهان متعلقة بالصورة المنطقية.

مثال:

الصورة المنطقية	الاستدلال الطبيعي
إذا كان ب فإن ج — لكن ب إذن ج	إذا أشرقت الشمس فإن النهار موجود لكن الشمس مشرقة إذن النهار موجود.

❖ نظريات المنطق الرمزي:

- نظرية منطق القضايا
- نظرية منطق المحمولات
- نظرية منطق المجموعات
- نظرية منطق العلاقات

2 نظرية منطق القضايا

1-2 مقدمات نظرية منطق القضايا

❖ تعريف منطق القضايا:

المنطق القضوي هو فرع من المنطق الرمزي يدرس مجموعة القوانين التي تضبط العلاقات الاستدلالية بين القضايا، التي تكون إحداها مقدمات والأخرى نتيجة.

❖ مكونات الاستدلال المنطقي القضوي

الصورة القضيوية	الصورة الاستدلالية	الاستدلال في اللغة الطبيعية
$((\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge \text{ب}) \leftarrow \text{ج}$	إذا كان ب فإن ج — لكن ب إذن ج	إذا أشرقت الشمس فإن النهار موجود لكن الشمس مشرقة إذن النهار موجود.

يتألف الاستدلال القضوي من عنصرين:

➤ القضايا (المتغيرات):

يقصد بالقضية: الخبر الذي نستطيع الحكم عليه إما بالصدق أو الكذب. ويطلق عليها أيضا اسم

المتغير، ونرمز لها في المنطق الرمزي القضوي بالحروف التالية: (ب، ج، د، هـ، ر، ز، ...)

باستثناء الحرفين (ص، ك) اللذان يرمزان لقيمتي الصدق والكذب.

➤ العلاقات الاستدلالية (الروابط القضوية)

تسمى في اللسان الطبيعي باسم الروابط المنطقية، تربط بين القضايا في الاستدلالات

المنطقية، وتنقسم إلى قسمين: رابط أحادي (مثل النفي) وروابط ثنائية (مثل الوصل، الفصل،

الشرط، التشرط) ويمكن توضيح القواعد المتحركة فيها أسفله:

2-2 قواعد الاستنتاج

❖ قواعد الروابط

الروابط	النفي (٣): رابط أحادي.	الوصل (٨): الوصل رابط ثنائي يربط بين متغيرين.	الفصل (٧): الفصل رابط ثنائي يربط بين متغيرين.	الشرط (٤): الشرط رابط ثنائي يربط بين متغيرين.	التشرط (٥): التشرط رابط ثنائي يربط بين متغيرين.
القواعد والخصائص	٣ ب	(ب٨ج)	(ب٧ج)	(ب٤ج)	(ب٥ج)
القاعدة	يكون النفي صادقا إذا كانت القضية الأصل كاذبة والعكس صحيح.	يكون الوصل صادقا إذا صدقت كل موصولاته ويكون كاذبا في باقي الحالات.	يكون الفصل صادقا إذا صدقت إحدى موصولاته ويكون كاذبا إذا كذبت كل موصولاته.	يكون الشرط كاذبا إذا صدق المقدم وكذب التالي ويكون صادقا في باقي الحالات.	يكون التشرط صادقا إذا صدق المتشارطان أو كذبا معا، ويكون كاذبا إذا صدق أحدهما وكذب الآخر.
جدول الصدق	ب ٣ ب ص ك ك ص	ب ٨ ج ص ص ص ك ك ك ك ك	ب ٧ ج ص ص ص ك ك ص ك ك	ب ٤ ج ص ص ص ك ك ص ك ص	ب ٥ ج ص ص ص ك ك ك ك ص

الخصائص	يكون النفي قويا إذا ارتبط بعلاقة قضوية ، و يكون ضعيفا إذا ارتبط بمتغير وحيد.	الوصل تجميعي: ب ٨ (ج ٨ د) = (ب ٨ ج ٨ د) الوصل تبديلي: (ج ٨ د) = (د ٨ ج) تكافؤ القوى: ب ٨ ب ٨ ب ٨ ب =.... ب	الفصل تجميعي: ب ٧ (ج ٧ د) = (ب ٧ ج ٧ د) الفصل تبديلي: (ج ٧ د) = (د ٧ ج) تكافؤ القوى: ب ٧ ب ٧ ب ٧ ب =.... ب	لا يقبل الشرط التجميع و التبديل وتكافؤ القوى والعملية الوحيدة التي يقبلها هي التوزيع على التشارط	(ب ← ج) ↔ د = (ب ← ج) ↔ د (ب ← د)
---------	--	--	--	--	---

قواعد إضافية مساعدة :

1. نفي نفي القضية (في المنطق ثنائي القيم) هو القضية نفسها:

$$\neg \neg \text{ب} = \text{ب}$$

2. نفي الوصل هو الفصل، ونفي الفصل هو الوصل:

$$\neg \neg \text{ب} = \text{ب} \quad \neg \neg \text{د} = \text{د}$$

❖ قواعد توزيع الوصل على الفصل أو العكس

يتم تطبيق قواعد النشر كما هي في علم الجبر الابتدائي.

$$\text{ب ٨ (ج ٧ د) = (ب ٨ ج) ٧ (ب ٨ د)}$$

$$\text{ب ٧ (ج ٨ د) = (ب ٧ ج) ٨ (ب ٧ د)}$$

❖ قاعدتا دي مورغان

$$\neg (b \vee c) = \neg b \wedge \neg c$$

$$\neg (\neg b) = b$$

ملاحظات

تشكل الروابط أعلاه أساس لغة منطق القضايا. ويمكن إرجاع بعضها إلى بعض، فقد أكد برتراند راسل في البرانكيبييا على إمكانية رد كل الروابط القضيوية إلى رابطتين أساسيين هما: النفي والفصل (٧،٣).

❖ يمكن تحويل الوصل إلى فصل مسلوب أو العكس.

❖ يمكن تحويل الشرط إلى فصل مسلوب الطرف الأول أو المقدم. $(b \rightarrow c) = (\neg b \vee c)$

❖ يمكن تحويل التشارط إلى قضيتين شرطيتين موصولتين. $(b \leftrightarrow c) = (b \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow b)$

❖ مدى الروابط

✓ مدى الروابط القضيوية

يقصد بمدى الروابط طول العبارة التي ينطبق عليها رابط معين ومن خلال معرفة المدى نصل إلى الرابط الأساسي.

- وسائل تحديد المدى

1- الأقواس ومشتقاتها: الأقواس () ، المعقوفات [] ، الحاضنات { } .

2- قوة الروابط: ترتب الروابط حسب قوتها وفق الصورة التالية:

النفى	¬	-
الوصل	∧	-
الفصل	∨	-
الشرط	→	-
التشارط	↔	-
النفى	¬	-

2-2 طرق البت أو بناء البراهين في منطق القضايا:

نقصد بطريقة البت القدرة على إصدار حكم على قضية أو عبارة إما بالصحة أو العرضية أو التناقض [ويكون الحكم على الاستدلال إما بالصحة أو الفساد]. حيث يمكننا التمييز بين ثلاث طرق للبت في الاستدلالات:

1) جداول الصدق العامة والمختصرة، (2) التحليل الصدقي، (3) التشجير الصدقي.

أولاً: طريقة الجداول الصدقية:

استعملت جداول الصدق أول مرة من طرف فريجه وبيرس وراسل وهويتهد، وتطورات لاحقاً مع كل من فيثغنشتاين وبوست ولوكازيفيتش قبل أن تكتمل مع كورت غودل وكواين.

ويمكننا التمييز داخل جداول الصدق بين نوعين من جداول الصدق: جداول الصدق الموسعة وجداول الصدق المختصرة.

1) جداول الصدق الموسعة:

الاستراتيجية الجدولية الموسعة:

1) بناء الجدول:

❖ أفقياً = عدد الثوابت + عدد المتغيرات (ق+م)

❖ عمودياً = القيم الصدقية / عدد المتغيرات (م)

2) إسناد القيم الصدقية لكل متغير حسب الأولوية الصدقية.

3) تطبيق قواعد التقويم (قواعد الروابط القسوية)

4) نتائج التقويم الصدقي:

✓ حالة الصحة: تكون العبارة صحيحة إذا تضمن عمود رابطها الأساسي القيمة "ص" فقط.

✓ حالة العرضية: تكون العبارة عرضية إذا تضمن عمود رابطها الأساسي قيمتي (ص) و(ك).

✓ حالة التناقض: تكون العبارة متناقضة إذا تضمن عمودها الرئيسي القيمة (ك) فقط.

تمارين تطبيقية:

- $[(ب \wedge ج) \leftarrow (د \wedge ج)] \vee ب$.
- $\neg [(ب \wedge ج) \vee (ب \wedge د)] \wedge [(د \wedge ب) \wedge (ج \wedge د)] \wedge (د \wedge ج)$
- $[(ب \wedge ج) \wedge (ب \wedge د)] \wedge [(د \wedge ب) \wedge (ج \wedge د)] \wedge (د \wedge ج)$
- $\neg \{ (ب \leftarrow ج) \wedge (ج \leftarrow د) \} \leftrightarrow \{ (د \leftarrow هـ) \wedge (هـ \leftarrow ج) \}$.
- $\neg \{ (ب \leftarrow ج) \wedge (د \leftarrow هـ) \} \vee [(ب \leftarrow هـ) \leftarrow (ج \wedge د)] \vee ب$.
- $\neg \{ \neg [(ب \vee ج) \leftarrow (ج \wedge د)] \leftrightarrow [(هـ \wedge ج) \wedge (ج \wedge د)] \leftrightarrow [د \leftarrow (ج \vee ج)] \}$
- $\neg \{ \neg [(ب \vee ج) \leftarrow (ج \wedge د)] \leftrightarrow [(هـ \wedge ج) \wedge (ج \wedge د)] \leftrightarrow [د \leftarrow (ج \vee ج)] \}$
- $\neg \{ \neg [(ب \vee ج) \leftarrow (ج \wedge د)] \leftrightarrow [(هـ \wedge ج) \wedge (ج \wedge د)] \leftrightarrow [د \leftarrow (ج \vee ج)] \}$
- $\neg \{ \neg [(ب \vee ج) \leftarrow (ج \wedge د)] \leftrightarrow [(هـ \wedge ج) \wedge (ج \wedge د)] \leftrightarrow [د \leftarrow (ج \vee ج)] \}$

⌈ ⌋ (ب ٨ جـ) ٧ (ب ٨ د) ⌈ ⌋ (جـ ٧ جـ ٧ ⌈ ⌋ د)

ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك

الاستنتاج:

بما أننا وجدنا في عمود الرابط الرئيسي قيمة الكذب فقط فهذا يعني أن العبارة تناقضية.

ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص			
ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص		
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك			
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك			
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص			
ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص			
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك			
ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك			
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك			
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك			
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك			
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك			
ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك			
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك			
ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك			

بما أننا وجدنا قيمتي الصدق والكذب في عمود الرابط الأساسي فهذا يعني أن العبارة عرضية.

ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص

الاستنتاج:

بما أننا وجدنا في عمود الرابط الأساسي القيمتين "ص" و"ك" فهذا يعني أن العبارة عرضيا

[[(ب ٧ جـ) ← د] ↔ (هـ ٨ جـ) ٧ (د ٨ جـ) ← ب

ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص

الاستنتاج:

بما أننا وجدنا في العمود الرئيسي قيمتي الصدق والكذب فهذا يعني أن العبارة عرضية.

(ملحوظة مهمة: جـ جـ = ب)

(2) جداول الصدق المختصرة:

ترجع هذه الطريقة إلى كواين وقد توصل إليها بعد أن وجد صعوبة في وضع جداول صدق تتجاوز أربعة متغيرات صدقية.

تعتمد هذه الطريقة على البرهان بالخلف ويمكن توضيح ذلك من خلال الحالات الصدقية الثلاث:

(1) حالة الصحة: إذا كان المطلوب البت في الصحة، نفترض كذب الرابط الأساسي في العبارة الأصلية، ونفحص ما ينتج عن هذا الافتراض (مع ضرورة تجنب التناقض)، فإذا وصلنا إلى أن المتغير الواحد يأخذ قيمتان متناقضتان، فهذا يعني أن افتراضنا كاذب وبالتالي فإن العبارة صحيحة.

(2) حالة التناقض: إذا كان المطلوب البت في التناقضية، نفترض صدق الرابط الأساسي في العبارة الأصلية، ونفحص ما ينتج عن هذا الافتراض (مع ضرورة تجنب التناقض)، فإذا وصلنا إلى أن المتغير الواحد يأخذ قيمتان متناقضتان، فهذا يعني أن افتراضنا كاذب وبالتالي فإن العبارة الأصلية تناقضية.

(3) حالة العرضية: تكون العبارة عرضية إذا لم تكن صحيحة ولا تناقضية؛ أي

إذا تحقق وجود سطرين في الرابط الأساسي واحد للصدق والثاني للكذب:

- البت في عدم الصحة: افتراض الكذب + فحص الفرضية = إثبات صحة الافتراض.
- البت في عدم التناقضية: افتراض الصدق + فحص الفرضية = إثبات صحة الفرضية.

مثال تطبیقی:

بت في صحة العبارة التالي:

{ (ب ٨ جـ) (٧ جـ) ← (ب ٨ د) ↔ () (جـ ٧ د) } ← ب
 ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص ص

يستساغ افتراض كذب العبارة في الرابط الأساسي، وبالتالي فإن العبارة غير صحيحة.

تمارين تطبيقية:

بت في صحة العبارات التالية:

العبارة 1:

$$\{[(\text{ب} \leftrightarrow \text{د}) \wedge (\text{ب} \leftrightarrow \text{ج})] \vee ((\text{د} \vee \text{ج}) \wedge (\text{ب} \leftrightarrow \text{ج})) \leftrightarrow [(\text{د} \vee (\text{ب} \leftrightarrow \text{ج})) \wedge (\text{ب} \leftrightarrow \text{ج})]\} \wedge$$

يستساغ افتراض كذب العبارة في الرابط الأساسي، وبالتالي فإن العبارة غير صحيحة.

العبارة 2:

[illegible]

يستساغ افتراض كذب العبارة في الرابط الأساسي، وبالتالي فإن العبارة غير صحيحة.

3) اللزوم والتلازم الجدولي:

➤ اللزوم الجدولي

اللزوم هو علاقة ضرورية وأساسية تربط بين المقدمات والنتيجة، وهو شرط أساسي لصحة أي استدلال. ويطلق على اللزوم في بعض الأحيان اسم الشرط الصحيح (الشرط موضوعه القضايا / واللزوم موضوعه صور القضايا).

تعريف اللزوم (=) وهذا الرمز ليس رابطاً قضوياً وإنما رمز ماورائي ينتمي إلى اللغة الماورائية):

تلازم النتيجة جـ عن المقدمات (ب0، ب1، ب2، ب3 ... بن) إذا

و فقط إذا صدقت المقدمات في كل سطر جدولي تصدق النتيجة.

مقدمة واحدة: ب = ا جـ إذا فقط إذا = ب ← جـ

عدد المقدمات < 1: ب0، ب1، ب2، ب3 ... بن = ا جـ إذا فقط إذا

= ا (ب0، ب1، ب2، ب3 ... بن) ← جـ.

توجد طريقتين لاختبار علاقة اللزوم بين المقدمات والنتيجة: الأولى مباشرة والثانية غير مباشرة:

الطريقة المباشرة: لكي نختبر علاقة اللزوم بين المقدمات والنتيجة يجب إنجاز جدول صدقي للمقدمات والنتيجة، بحيث كلما صدقت المقدمات تصدق النتيجة.

الطريقة غير المباشرة: نحول الاستدلال إلى عبارة شرطية موصولة المقدمات ثم نختبر صحتها، إذا كانت هذه الشرطية صحيحة فهناك علاقة لزوم وإذا لم تكن كذلك لم يكن هناك لزوم.

تمرين تطبيقي: هل توجد علاقة لزوم بين المقدمات: (ب ← جـ) ، ب، جـ والنتيجة: (ب ٨ جـ)

الطريقة المباشرة:			
ب ← جـ	ب	جـ	ب ٨ جـ
ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك
ص	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ك
بما أننا أمام مقدمات صادقة والنتيجة صادقة فهذا يعني أن هناك علاقة لزوم بين المقدمات والنتيجة			

الطريقة الثانية: اختبار صحة الشرطية

[(ب ← ج) → (ب → ج)]

ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك

بما أننا أمام شرطية صحيحة إذن هناك علاقة لزوم بين المقدمات والنتيجة.

➤ التلازم (رمزه: $\Rightarrow$)

تعريف:

تكون العبارة ب متلازمة جدوليا مع ج إذا وفقط إذا كان كل سطر من أسطر أعمدهما الصدقية كانت قيمهما متطابقة.

ب $\Rightarrow$ ج إذا وفقط إذا كان $\Rightarrow$ ب $\leftrightarrow$ ج صحيحة

تمرين تطبيقي: هل العبارتين (ب ← ج) و (ب → ج) متلازمتين؟

يمكن الإجابة عن هذا السؤال بطريقتين:

الطريقة الأولى	الطريقة الثانية																																																																																				
<table><tr><td>ب</td><td>←</td><td>ج</td><td>↔</td><td>ب</td><td>↔</td><td>ج</td></tr><tr><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td></tr><tr><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td></tr><tr><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td></tr><tr><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td></tr><tr><td>ك</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td></tr></table> بما أننا أمام عبارتين متطابقتين جدوليا فهذا يعني أنهما متلازمتين.	ب	←	ج	↔	ب	↔	ج	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك	<table><tr><td>ب</td><td>←</td><td>ج</td><td>↔</td><td>ب</td><td>↔</td><td>ج</td></tr><tr><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td></tr><tr><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td></tr><tr><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td></tr><tr><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td></tr><tr><td>ك</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ك</td></tr></table> بما أننا أمام تشارطية صحيحة فإن العبارتين متلازمتين.	ب	←	ج	↔	ب	↔	ج	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك
ب	←	ج	↔	ب	↔	ج																																																																															
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص																																																																															
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص																																																																															
ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك																																																																															
ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص																																																																															
ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك																																																																															
ب	←	ج	↔	ب	↔	ج																																																																															
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص																																																																															
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص																																																																															
ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك																																																																															
ك	ص	ص	ص	ص	ك	ص																																																																															
ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك																																																																															

ثانيا: التحليل الصدقي

مدخل:

تبنى طريقة التحليل الصدقي على قاعدة أساسية مفادها ضرورة إحلال القيم
الصدقية محل المتغيرات القضية وذلك وفق ثلاث خطوات:

(1) معرفة قواعد التحليل الصدقي؛

(2) استراتيجية التحليل الصدقي؛

(3) التقويم الصدقي.

1-2 قواعد التحليل الصدقي

الوصل (٨):	الفصل (٧):	الشرط (٦):	التشراط (٥):
إذا كان نكتب	إذا كان نكتب	إذا كان نكتب	إذا كان نكتب
-----	-----	-----	-----
(ب ^٨ ص) = ب	(ب ^٧ ص) = ص	(ص ← ب) = ب	(ب ↔ ص) = ب
(ك ^٨ ب) = ك	(ب ^٧ ك) = ب	(ك ← ب) = ص	(ب ↔ ك) = ب
		(ب ← ص) = ص	
		(ب ← ك) = ب	

2-2 منهجية وخطة التحليل الصدقي

العبارة	الاستدلال
1) تشيد أعمدة التحليل الصدقي: عمودين أحدهما للصدق [ع.ص.] والآخر للكذب [ع.ك.].	1. تشيد عمودي الصدق والكذب للمقدمات والنتيجة. مع وضع المقدمات في الأعلى والنتيجة في الأسفل.
2) تعويض المتغير الذي يتكرر كثيرا بالصدق في عمود الصدق وبالكذب في عمود الكذب في المقدمات والنتيجة.	2. تعويض المتغير الذي يتكرر كثيرا بالصدق في عمود الصدق وبالكذب في عمود الكذب في المقدمات والنتيجة.
3) تطبيق قواعد التحليل الصدقي على عمودي الصدق والكذب.	2. تطبيق قواعد التحليل الصدقي على عمودي الصدق والكذب في المقدمات والنتيجة.
4) نتوقف عن التحليل إذا ظهر في الأخير قيمتي الصدق والكذب.	3. نتوقف عن التحليل إذا ظهر في الأخير قيمتي الصدق والكذب فقط.
5) تسجيل النتائج النهائية في السطر البتات (س.ب.).	5. تسجيل النتائج النهائية في السطر البتات للمقدمات (س.ب. م.)، والسطر البتات للنتيجة (س.ب. ن.).

2-3 نتائج التحليل الصدقي

العبارة	الاستدلال
(1) <u>الصحة</u>: تكون العبارة صحيحة إذا احتوى سطرها البتات على القيمة الصدقية (ص) فقط. (2) <u>التناقض</u>: تكون العبارة تناقضية إذا احتوى سطرها البتات على القيمة الصدقية (ك) فقط. (3) <u>العرضية</u>: إذا تضمن سطرها البتات قيمتي الصدق والكذب (ص، ك).	1. <u>الصحة</u>: يكون الاستدلال صحيحا إذا كان من المستحيل أن تكون إحدى خانات المقدمة صادقة والخانة المقابلة لها في النتيجة كاذبة. 2. <u>الفساد</u>: يكون الاستدلال فاسدا إذا كانت إحدى خانات المقدمة صادقة وكانت الخانة المقابلة لها في النتيجة كاذبة.

تمارين تطبيقية :

(ب٨ج) ← (ب٧ج)

ع.ص.	ع.ك.
(ص٨ج) ← (ص٧ج)	(ك٨ج) ← (ك٧ج)
ج ← ص	ك ← ج
ص	ص
السطر البتات: ص	ص

بما أننا وجدنا في السطر البتات للعبارة القيمة (ص) فهذا يعني أن العبارة صحيحة.

$$. (d \wedge (\neg b \vee c)) \vdash, (c \vdash \neg b) \vee ((b \vdash \neg d) \vee (d \leftarrow (\neg b \wedge c)) \vdash) \text{---} 2$$
$$(\text{ج} \vdash \leftarrow \text{ب}) \vee ((\text{ب} \vdash \vee \text{د} \vdash) \vee (\text{د} \leftarrow (\text{ب} \wedge \text{ج})) \vdash)$$

ع.ك.	ع.ص.			$\Gamma((\text{ص} \leftarrow \text{ج}) \vee (\text{د} \leftarrow \text{ج})) \vee (\text{د} \vee \text{ص})) \vee (\text{ص} \leftarrow \text{ج})$ $\Gamma((\text{ج} \leftarrow \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ج})) \vee (\text{ج} \leftarrow \text{د})$ $\Gamma((\text{ج} \leftarrow \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ج})) \vee (\text{ج} \leftarrow \text{د})$
	ع.ص.		ع.ك.	
	$\Gamma((\text{ص} \leftarrow \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ص})) \vee (\text{ص} \leftarrow \text{د})$ $\Gamma((\text{د} \vee \text{ص}) \vee (\text{ص} \leftarrow \text{د})) \vee (\text{ص} \leftarrow \text{د})$		$\Gamma((\text{ك} \leftarrow \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ك})) \vee (\text{ك} \leftarrow \text{د})$ $\Gamma((\text{ص} \vee \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ص})) \vee (\text{ص} \leftarrow \text{د})$	
	ك	ص	ص	
	ك	ص	ص	س.ب.م
	ك	ك	ص	س.ب.ن
	ك	ص	ص	
ع.ك.	ع.ص.			
	$\Gamma((\text{ك} \vee \text{ج}) \vee (\text{د} \vee \text{ك})) \vee (\text{د} \vee \text{ك})$ $\Gamma((\text{ص} \vee \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ص})) \vee (\text{ص} \vee \text{د})$ $\Gamma((\text{ج} \vee \text{د}) \vee (\text{د} \vee \text{ج})) \vee (\text{ج} \vee \text{د})$			

$$(\neg \wedge (\neg \vee)) \vdash$$

بما أننا وجدنا في السطر البتات للمقدمة (في خانة الصدق) القيمة الصدمية(ص) ووجدنا في الخانة المقابلة لها في النتيجة القيمة الصدمية (ك) فهذا يعني أن الاستدلال فاسد.

$$(\text{ب} \wedge (\text{ا} \leftrightarrow \text{ب})) \vdash \{ [(\text{ج} \vee \text{ا}) \vdash \leftarrow (\text{ب} \wedge \text{ج}) \vdash \leftarrow [(\text{ا} \vee (\text{ج} \leftarrow \text{ب})) \wedge (\text{ب} \leftarrow \text{ب})]] \vdash \quad (4)$$

$$\{[(\mathcal{J} \vee \mathcal{D}) \vdash \leftarrow (\mathcal{B} \wedge \mathcal{J} \vdash) \vdash] \leftarrow [(\mathcal{D} \vee (\mathcal{J} \vdash \leftarrow \mathcal{B})) \wedge (\mathcal{B} \vdash \leftarrow \mathcal{B})]\} \vdash$$

[illegible]

$$(\text{ب} \wedge (\text{د} \vdash \leftrightarrow \text{ب}) \vdash)$$

الاستنتاج:

بما أننا وجدنا في السطر البتات للمقدمة (في خانة الكذب) القيمة الصديقة (ص) ووجدنا في الخانة المقابلة لها في النتيجة القيمة الصديقة (ك) فهذا يعني أن الاستدلال فاسد.

$$1. \{ (\alpha \leftarrow \beta) , [(\alpha \wedge \neg \beta) \vdash \neg [(\alpha \wedge \beta) \vdash \neg (\neg \beta \vee \gamma)] \vdash] \vdash \} \vdash$$

توجد طريقتين للتعامل مع النفي إذا كان خارج حاضنات الاستدلال:

الأولى: تحويل الاستدلال إلى عبارة شرطية عبر وصل المقدمات وشرط النتيجة ثم نبت في صحة الشرطية فإذا كانت العبارة صحيحة يكون الاستدلال صحيحا وإذا كانت العبارة عرضية أو تناقضية نحكم على الاستدلال بالفساد.

الثانية: تتم من خلال إدخال النفي على المقدمات والنتيجة (أو على النتيجة فقط) ثم نبت في الاستدلال بشكل عادي.

الطريقة الأولى:

$$\{(\alpha \leftarrow \beta) \leftarrow [(\alpha \wedge \gamma) \vdash \leftarrow [(\alpha \wedge \beta) \vdash \wedge (\gamma \vee \beta) \vdash] \vdash]\} \vdash$$

[illegible]

الاستنتاج:

بما أننا وجدنا في السطر البتات للعبارة قيمتي (ص، ك) فهذا يعني أن العبارة عرضية وبالتالي فإن الاستدلال الأصلي فاسد.

الطريقة الثانية:

نقوم أول بإدخال النفي على المقدمة والنتيجة ثم نضع المقدمات في الأعلى والنتيجة في الأسفل وننجز جدولاً مزدوجاً.

$$1. \{ \neg (B \leftarrow D), [\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \} \neg$$

$$\neg [\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$$

ع.ص.		ع.ك.	
$\neg [\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$ $[\neg (B \wedge D) \wedge (B \vee D)] \neg$			
ص		ك	د
س.ب.م.	ص	ك	ك
س.ب.ن.	ك	ك	ص
ك		ص	ص
د		د	
$\neg (B \leftarrow D)$		$\neg (B \leftarrow D)$	

$$\neg (B \leftarrow D)$$

بما أننا وجدنا في السطر البتات للمقدمة في خانة الصدق أن القيمة الصدقية (ص) ووجدنا في الخانة المقابلة لها في النتيجة القيمة الصدقية (ك) فهذا يعني أن الاستدلال فاسد.

ثالثا الطريقة الشجرية

مدخل:

تتميز الطريقة الشجرية عن سابقتها بالإضافة إلى سهولة البت واقتصاد المجهود بكوننا لن نكون في حاجة إلى القيم الصدمية في الاستدلال الشجري بل سنكتفي بالمتغيرات فقط. ويعود الفضل في هذه الطريقة لكل من: بث وجيفري.

1-3 الاستدلال الشجري

(أ) الاتساق الشجري

الاتساق الشجري	عدم الاتساق الشجري
تكون المجموعة الشجرية (متناهية العناصر) متسقة إذا كان أحد فروع شجرتها مفتوحة. وهو ما يعني وجود تأويل صدقي يسمح بصدق كل عناصرها.	تكون المجموعة الشجرية (متناهية العناصر) غير متسقة إذا كانت شجرتها الصدمية مسدودة. ولكي تكون مسدودة يجب أن يتضمن كل فرع من فروع الشجرة حرفا ونقيضه.

ب) قواعد الاستدلال الشجري.

تش. الوصل (٨)	تش. الفصل (٧)	تش. الشرط (←)	تش. التشارط (↔):
✓ ب^٨ ج ب ج	✓ ب^٧ ج ج ب	✓ ب ← ج ج ب	✓ ب ↔ ج ب ج ب ج
الوصل المسلوب	الفصل المسلوب	الشرط المسلوب	التشارط المسلوب
✓ (ب^٨ ج) ⌊ ب ج	✓ (ب^٧ ج) ⌊ ب ج	✓ (ب ← ج) ⌊ ب ج	✓ (ب ↔ ج) ⌊ ب ج ب ج

ج) نتائج التقويم الشجري:

الصحة الشجرية	تكون المجموعة القضية (ب) صحيحة شجريا إذا وفقط إذا كانت المجموعة {ب} مجموعة شجرية غير متسقة أي تشكل شجرة مسدودة الفروع.
التناقض الشجري	تكون المجموعة القضية (ب) تناقضية شجريا إذا وفقط إذا كانت المجموعة {ب} مجموعة شجرية غير متسقة أي تشكل شجرة مسدودة الفروع.
العرضية الشجرية	تكون المجموعة القضية (ب) عرضية شجريا إذا لم تكن المجموعة {ب} ولا المجموعة {ب} متسقتين أي أن العبارة غير صحيحة وغير تناقضية.

د) اللزوم الشجري:

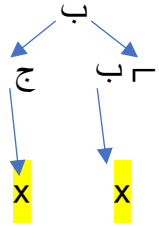
توجد علاقة اللزوم الشجري بين المقدمات والنتيجة إذا وفقط إذا ربطنا بين المقدمات برابط الوصل ثم نفينا النتيجة، وكان لدينا شجرة صدقية مسدودة.

مثال تطبيقي

بت في صحة العبارة شجريا؟

[ب ← ج] ∧ [ب ← ج] ← ج

لبيان صحة العبارة نقوم بنفي العبارة ونبين أنها مجموعة غير متسقة أي شجرة مسدودة الفروع.

- | | | |
|----|---|------|
| 1. | $\{ [ب ← ج] ∧ [ب ← ج] ← ج \}$ | مق. |
| 2. | $[ب ← ج] ∧ [ب ← ج]$ | تش 1 |
| 3. | $⊢ ج$ | تش 1 |
| 4. | $(ب ← ج)$ | تش 2 |
| 5. | ب | تش 2 |
| 6. |  | تش 4 |

الاستنتاج:

بما أننا أمام شجرة مسدودة الفروع، وبالتالي فإن الاستدلال الأصلي صحيح.

تمارين تطبيقية :

$$\underline{\{(\mathbf{h} \vee \mathbf{d}) \neg, ((\mathbf{h} \vee \mathbf{d}) \leftarrow (\mathbf{b} \neg \wedge \mathbf{c} \neg)) \neg \leftrightarrow ((\mathbf{d} \vee (\mathbf{b} \neg \leftarrow \mathbf{c})) \wedge (\mathbf{d} \neg \vee \mathbf{h} \neg) \neg)\}} \quad (1)$$

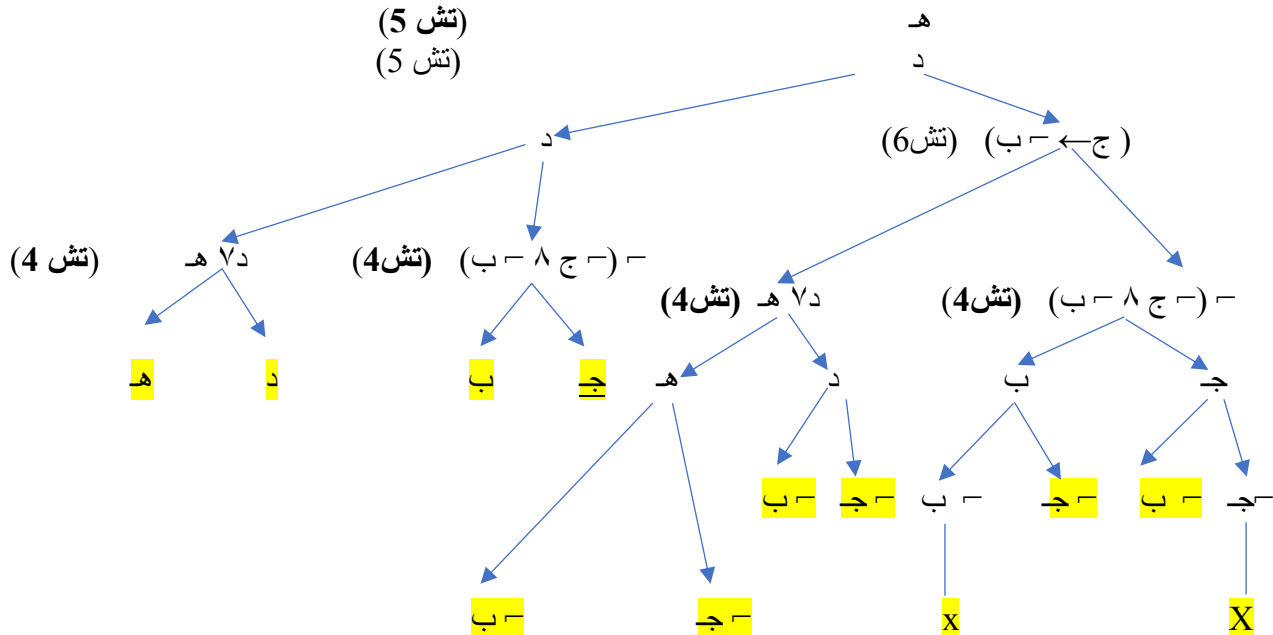
$$\begin{array}{l} 1. ((\neg \text{ج} \wedge \neg \text{ب}) \rightarrow (\neg \text{د} \vee \text{ه})) \rightarrow ((\neg \text{ج} \rightarrow (\neg \text{ب} \vee \text{د})) \wedge (\neg \text{د} \rightarrow (\neg \text{ب} \vee \text{ه}))) \\ 2. ((\neg \text{د} \vee \text{ه})) \rightarrow ((\neg \text{ج} \rightarrow (\neg \text{ب} \vee \text{د})) \wedge (\neg \text{د} \rightarrow (\neg \text{ب} \vee \text{ه}))) \end{array}$$


4. $((\neg \text{ج} \wedge \neg \text{ب}) \leftarrow (\neg \text{د} \vee \text{ه})) \neg$ تس 1. $((\neg \text{ج} \wedge \neg \text{ب}) \leftarrow (\neg \text{د} \vee \text{ه})) \neg \neg$

5. $(\neg \rightarrow \neg \vee \neg) \neg$ (تش 3)

6 (ج ← ب) ۷ د (تش 3)

(تش 5)



الاستنتاج:

بما أن كل فروع الشجرة لم تسد فهذا يعني أن المجموعة متسقة، وبالتالي فإن الاستدلال الأصلي فاسد.

$$\frac{\{ \{ (d \neg \neg (b \leftarrow \neg)) \} \}, \{ \{ [(d \wedge (\neg \neg b) \neg)] \neg \leftarrow [(d \neg \neg b) \neg ((\neg \leftarrow \neg b) \leftarrow (d \neg \neg b))] \neg] \neg \} \}}{\{ \{ (d \neg \neg (b \leftarrow \neg)) \} \neg \}} \quad (2)$$

- | | | |
|-----|--|---------|
| 1. | $\{ \vdash [(\vdash \neg (\neg \vdash \neg \vdash)) \leftrightarrow \vdash] \vdash \}$ | (مق) |
| 2. | $\vdash \{ (\vdash \neg (\neg \vdash \neg \vdash)) \}$ | (نتیجة) |
| 3. | $\vdash (\neg \vdash \neg \vdash)$ | تش 2 |
| 4. | $\vdash$ | تش 2 |
| 5. | $\vdash$ | تش 3 |
| 6. | $\vdash \neg \vdash$ | تش 4 |
| 7. | $\vdash [(\vdash \neg (\neg \vdash \neg \vdash)) \leftrightarrow \vdash] \vdash$ | تش 1 |
| 8. | $\vdash \vdash [(\vdash \neg (\neg \vdash \neg \vdash))]$ | تش 7 |
| 9. | $\vdash (\neg \vdash \neg \vdash)$ | تش 7 |
| 10. | $\vdash$ | تش 8 |
| 11. | $\vdash$ | تش 9 |
| 12. | $\vdash \vdash$ | تش 9 |

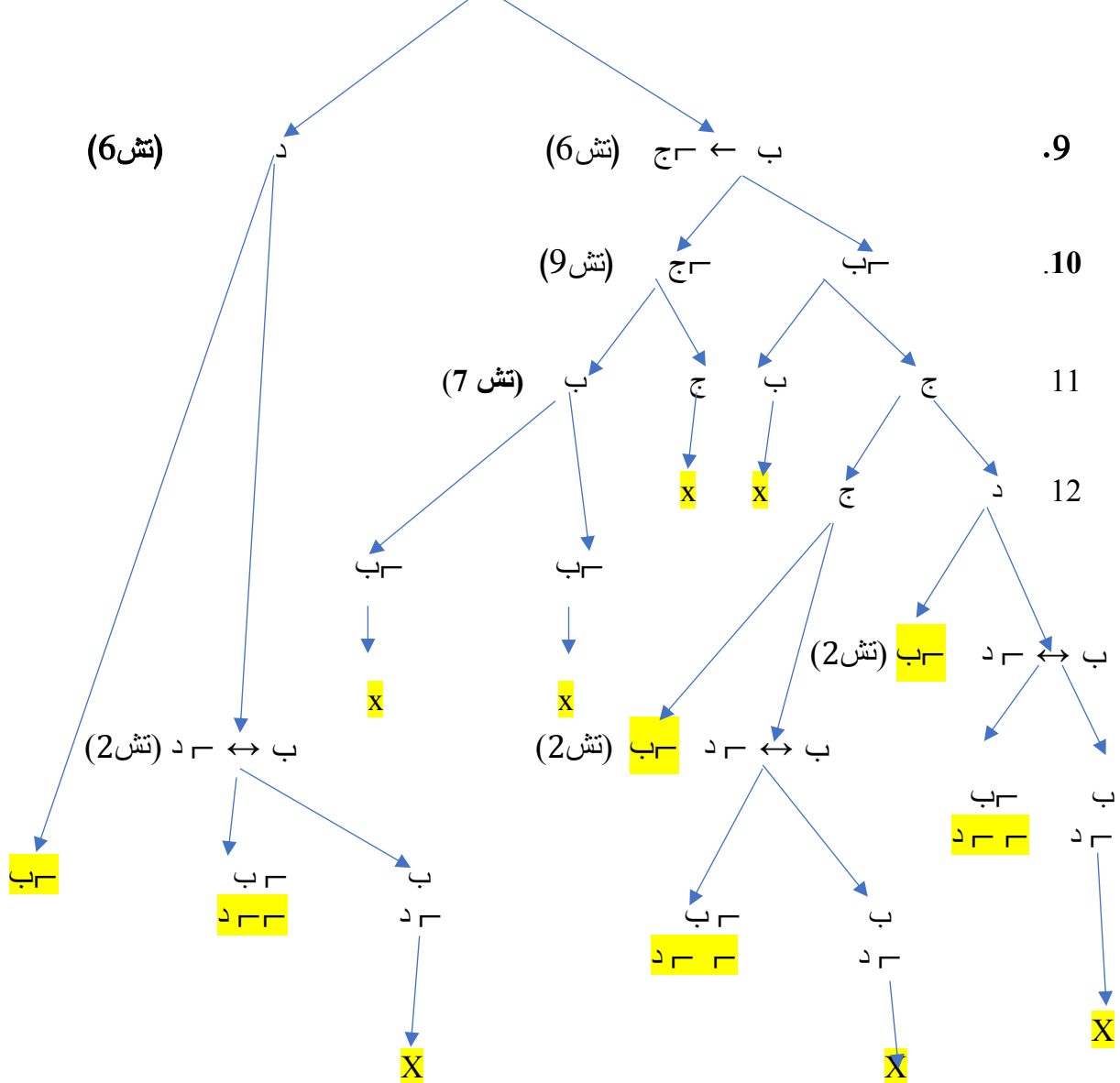
X

الاستنتاج:

بما أننا أمام شجرة مسدودة الفروع فهذا يعني أن المجموعة الشجرية غير متسقة، وبالتالي فإن الاستدلال الأصلي صحيح.

$$\frac{\{[(\text{ج} \vee \text{د}) \wedge (\text{ب} \wedge \text{ج})] \leftarrow [(\text{د} \vee (\text{ج} \leftarrow \text{ب})) \wedge (\text{ب} \leftarrow \text{ب})]\} \wedge (\text{ب} \wedge (\text{د} \leftrightarrow \text{ب}))}{. (\text{ب} \wedge (\text{د} \leftrightarrow \text{ب}))} \quad (4)$$

1. $\{[(\text{د} \vee \text{ج}) \leftarrow (\text{ب} \wedge \text{ج})] \leftarrow [(\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge (\text{د} \vee \text{ج})]\} \text{ (مق.)}$
2. $\text{ب} \leftrightarrow (\text{د} \wedge \text{ب})$ (نتیجہ)
3. $[(\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge (\text{د} \vee \text{ج})] \text{ تش 1}$
4. $\text{ب} \leftarrow [(\text{ب} \wedge \text{ج}) \leftarrow (\text{د} \vee \text{ج})] \text{ تش 1}$
5. $(\text{ب} \leftarrow \text{ب})$ تش 3
6. $(\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge (\text{د} \vee \text{ج})$ تش 3
7. $(\text{ب} \wedge \text{ج})$ تش 4
8. $\text{د} \vee \text{ج}$ تش 4



الاستنتاج:

بما أن كل فروع الشجرة لم تسد فهذا يعني أن المجموعة متسقة، وبالتالي فإن الاستدلال الأصلي فاسد.

سلسلة التمارين:



جامعة سيدي محمد بن عبد الله

كلية الآداب والعلوم الإنسانية

ظهر مھراز فاس

د. مصطفى قشوح

المنطق وآليات الاستدلال: تطبيقات في المنطق القضوي
الفصل الثاني

السلسلة رقم 1

التمرين الأول : ترجم العبارات التالية إلى اللغة الرمزية ؟

- الشمس مشرقة إذا وفقط إذا كانت الشمس مشرقة
- الجوهر إما ممتد أو مفكر
- إذا كان كل إنسان مفكر وكان المفكر موجود فإن كل إنسان موجود.
- إذا كانت النفس جوهر بسيط فإنها خالدة، لكنها ليست جوهر بسيط إذا النفس ليست خالدة.

التمرين الثاني : وزع الوصل على الفصل ثم الفصل على الوصل.

- ب ٨ [(ج ٧ د ٧ هـ)]
- (ب ٧ ج) ٨ (د ٧ هـ)

التمرين الثالث: طبق خاصيتي دي مورغان

- [(ب ٨ ج) ٧ (ب ٨ د)] ٧ [(ج ٧ د) ٨ (ج ٧ د)]
- [(ب ٨ د) ٨ (ج ٧ د)] ٧ [(ج ٧ د) ٨ (ج ٧ د)]

التمرين الرابع : حدد مدى الروابط التالية؟

- $$\begin{aligned} & \neg \leftrightarrow \{ \neg \leftrightarrow [((\neg \leftarrow \neg) \neg) \wedge (\neg \leftarrow \neg)] \} \bullet \\ & \{ [((\neg \wedge \neg \neg) \leftrightarrow \neg) \wedge (\neg \vee \neg)] \neg \} \neg \bullet \end{aligned}$$

التمرين الخامس : قم باستعمال الأقواس ومشتقاتها في العبارات التالية محافظا على صحة التركيب المنطقي؟

- ب ۸ ج ← د ۸ ه ← ر ↔ د
- ج ← ب ۸ د ← ه ↔ ر ← د
- ر ۷ د ← ب ← د ← ه ↔ ج

التمرين السادس قم بالبت في الاستدلالات التالية باستعمال الجداول الصدفية الموسعة ؟

- [illegible]

ظهر مهراز فاس

د. مصطفى قشوح

المنطق وآليات الاستدلال: تطبيقات في المنطق القضوي
الفصل الثاني

السلسلة رقم 2: الجداول الصديقة المختصرة + الزوم و التلازم الجدولي

التمرين الأول : بت في صحة العبارات التالية باستعمال جداول الصدق المختصرة ؟

$$\begin{aligned}
& \triangleright (b \wedge \neg) \leftarrow (\neg \vee d) \\
& \triangleright [\neg \leftarrow [(b \wedge (\neg \leftarrow b))]] \\
& \triangleright \neg \leftarrow \{ [(d \leftrightarrow \neg) \wedge (\neg \leftrightarrow d)] \wedge [(b \leftarrow \neg) \wedge b] \} \\
& \triangleright (\neg \vee d) \leftarrow \{ \{ \neg \leftarrow [(b \wedge \neg) \vee d] \} \wedge (\neg \wedge d) \} \\
& \triangleright \neg \leftrightarrow \{ \neg \leftrightarrow [(d \leftarrow \neg) \vee \wedge (\neg \leftarrow b)] \} \\
& \triangleright ((d \vee j) \vee \neg \leftarrow (b \wedge \neg j) \vee \neg) \leftarrow [(d \vee (\neg \leftarrow j)) \wedge (\neg \leftarrow b)] \vee \neg \\
& \quad [(b \wedge (d \vee \neg)) \vee \neg]
\end{aligned}$$

التمرين الثاني : بت في تناقضية العبارات التالية مستعملا جداول الصدق المختصرة؟

$$\begin{aligned} & \triangleright [(\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge \text{ب}] \vdash \text{ج} \\ & \triangleright [(\text{ب} \leftarrow \text{ج}) \wedge \text{ب}] \vdash \text{ج} \leftarrow \text{ج} \\ & \triangleright \{ \{ \text{ج} \wedge \text{د} \} \wedge \{ \text{ب} \wedge \text{ج} \} \} \vdash \text{ج} \\ & \triangleright \{ [(\text{ج} \wedge \text{د}) \wedge \text{ب}] \vdash \text{ج} \} \vdash \text{ج} \end{aligned}$$

التمرين الثالث : بت في عرضية العبارات التالية باستعمال جداول الصدق المختصرة؟

$$[\neg \leftrightarrow (d \leftarrow b)] \leftrightarrow [\neg^{\vee} (b \wedge \neg)]$$

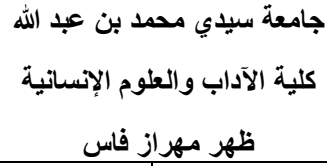
$$\neg \leftarrow \{ (b \leftarrow d) \leftrightarrow [\neg \leftarrow (b \wedge \neg)] \}$$

التمرين الرابع : هل تستلزم المقدمات النتائج في الجدول اسفله؟

المقدمات	النتيجة
(ب ^٨ ← ج ^٨) ، ج ^٨ ، (ب ^٧ ← ج ^٧)	(ب ← ج)
(ب ← ج) ، (ج ← د)	(ب ← د)
(ج ^٨ ← د ^٨) ، { [(ب ^٨ ← ج ^٨)] ^٧ ← د ^٧ } ، (ج ^٧ ← هـ ^٧)	(ج ← هـ)
(ب ← ج) ، ج ^٨ ، (ب ^٨ ← ج ^٨)	(ب ^٨ ← ج ^٨)
ج ^٨ ، (ج ^٨ ← ب ^٨) ، (ب ^٨ ← ج ^٨)	(ب ← ج)

التمرين الخامس: تأكد من تلازم العبارات التالية :

العبارة الأولى	العبارة الثانية
$\neg (b \leftarrow a)$	$(b \wedge \neg a)$
$(b \wedge \neg a)$	$\neg (b \vee \neg a)$
$(b \leftrightarrow a)$	$(b \vee a) \wedge (\neg b \vee \neg a)$
$(b \leftrightarrow a)$	$(b \vee \neg a) \wedge (\neg b \vee a)$
$\neg (b \wedge \neg a) \vee (\neg d \leftarrow \neg c)$	$\neg (b \wedge \neg a) \vee (d \leftarrow c)$



السلسلتين 4 و 3: التحليل الصدقي + التشجير

$$\begin{aligned}
& [\neg \leftarrow [\neg \wedge (\neg \leftarrow \neg)]] \rightarrow \\
& \neg \vdash \wedge [\neg \wedge (\neg \leftarrow \neg)] \rightarrow \\
& \neg \leftarrow [\neg \wedge (\neg \leftarrow \neg)] \vdash \\
& \neg \leftrightarrow \{ \circ \leftrightarrow [(\neg \leftarrow \circ) \vdash \wedge (\neg \leftarrow \neg)] \} \rightarrow \\
& [\circ \leftrightarrow (\neg \wedge \neg)] \vdash \vee [\neg \vee (\neg \wedge \neg)] \vdash \\
& \{ [((\neg \wedge \neg \vdash) \leftrightarrow \neg) \wedge (\neg \vee \neg)] \vdash \} \vdash
\end{aligned}$$
$$\text{—هـ} , \{ [(\text{—هـ} \leftrightarrow \text{د}) \wedge (\text{ـج} \leftrightarrow \text{د})] \wedge [(\text{ـج} \leftarrow \text{ب}) \wedge \text{ب})] \} \triangleright$$

$$\begin{aligned}
& (ج \vee د), \{ \{ \neg \leftarrow [(ج \wedge ب) \vee د] \} \wedge (ج \wedge د) \} \triangleright \\
& (ج \wedge ب) \vdash, [\neg \leftrightarrow (د \leftarrow ب)] \leftrightarrow [\neg \vee (ج \wedge ب)] \triangleright \\
& (ج \leftarrow \neg) , \{ \neg \wedge (ب \leftarrow د) \leftrightarrow [\neg \leftarrow (ج \wedge ب)] \} \triangleright \\
& \{ (ج \vee د) \leftarrow \{ \{ \neg \leftarrow [(ج \wedge ب) \vee د] \} \wedge (ج \wedge د) \} \} \triangleright \\
& (ب \wedge \neg د) \vee (ب \leftarrow \neg) , \{ [(ب \vdash \neg د)] \wedge [(د \vdash \neg) \wedge (ج \vdash \neg ب)] \} \triangleright \\
& (ج \wedge د) , \{ [(ج \leftarrow د) \vdash \neg (ج \leftrightarrow د)] \leftarrow [(ج \leftarrow \neg ب) \wedge ب] \} \triangleright \\
& [(د \wedge (ج \leftarrow \neg))] , \{ [\neg \wedge (ج \wedge ب)] \vdash \leftarrow [(د \wedge ب) \wedge (ج \wedge ب)] \vdash \triangleright \\
& \vee ((ج \vee د) \vdash \leftarrow (ب \wedge \neg ج) \vdash) \leftarrow [(د \vee (ج \vdash \neg ب)) \wedge (ب \vdash \neg ب)] \vdash \triangleright \\
& (د \vee (ج \vdash \neg ب)) , [(ب \wedge (د \vdash \neg ب))]
\end{aligned}$$