جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⵍⴰⵜ ⴷ ⵜⵙⵔⵏⵉⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⵜⵉⵣⵔⴰⵣ - ⵎⵙⵙ ⵔⵎⵙⴰⵣ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس السادس

يوم 16 مارس 2020

ذ. محمد حمجيق

II- النسب المئوية والتكرارات التراكمية

نعتمد في التحليل الإحصائي على بعض المبادئ الأولى في الإحصاء والتي لابد من الإلمام بها قصد استعمالها في التحليل واستخراج أهم المؤشرات والمقاييس الإحصائية. ومن أهم هذه المبادئ نذكر منها: عامل المجموع وطرق استعمال النسب المئوية.

1. النسب المئوية(التكرارات النسبية):

إن التكرارات النسبية هي ترجمة للتكرارات المطلقة، أي تحويل التكرارات الأصلية إلى نسب مئوية أو إلى أجزاء من الوحدة. وتمكننا هذه الأرقام من معرفة وتحديد نسبة مواصفة أو قيمة داخل المجتمع الأصلي. وتعتمد عمليات الحساب على التناسب، وتهم جميع أنواع الجداول الإحصائية للمواصفات الكمية أو النوعية.

وسنستعمل هذه النسب المئوية في التحليل الإحصائي عوض التكرارات المطلقة، لأنها لا تؤثر في أشكال الرسوم البيانية وفي حساب المقاييس الإحصائية.

- **المثال الأول:** متغيرة نوعية: توزيع سكان جهة واد الذهب لكويرة الذين يفوق سنهم عشر سنوات حسب اللغات التي يتكلمونها ويكتبون بها حسب إحصاء 2004.

اللغة المقروءة والمكتوبة	عدد السكان ن و ni	نسب مئوية ت و fi	تكرارات نسبية ج و hi
لاشيء	22038	39.1	0.4
العربية	11478	20.3	0.20
العربية والفرنسية	17264	30.6	0.31
العربية والفرنسية وآخر	5206	9.2	0.09
العربية ولغة أخرى	357	0.6	0.006
لغات أخرى	99	0.2	0.002
المجموع	56442 ن N	100	1

- **المثال الثاني:** متغيرة كمية منفصلة:

الجدول :توزيع الأسر حسب عدد الأطفال بحي(س) بالرباط سنة 2001

عدد الأطفال	عدد الأسر ن و ni	نسب مئوية ت و fi	تكرارات نسبية ج و hi
0	12	6.42	0.06
1	32	17.49	0.17
2	14	7.49	0.08
3	23	12.30	0.12
4	33	17.65	0.18
5	31	16.57	0.17
6 فأكثر	42	22.46	0.22
المجموع	187	100	1

- **المثال الثالث:** متغيرة كمية متصلة

توزيع الأجور الشهرية بالدرهم لعمال مؤسسة صناعية بالدار البيضاء سنة 2000

فئات الأجور بالدرهم	عدد العمال ni ن و	نسب مئوية fi ت و	تكرارات نسبية hi ج و
]2000-1500]	24	48	0.48
]2500-2000]	10	20	0.20
]3000-2500]	9	18	0.18
]3500-3000]	4	8	0.08
]4000-3500]	3	6	0.06
المجموع	50	100	1

قاعدة عامة

- ✓ ن و تكرار جزئي مطلق خاص بالمواصفة رقم "و" أو بالقيمة س و
- ✓ ni - -- - "i" -- xi
- ✓ ت و= ن و/ ن ×100 وهو تكرار نسبي أو نسبة مئوية= fi = ni / N ×100 =100%
- ✓ ج و = ن و/ ن وهو تكرار جزء من الوحدة = ni / N = hi =1

2. التكرارات التراكمية:

إن التكرارات التراكمية نوعان وهي: التكرارات التراكمية تصاعديا والتكرارات التراكمية تنازليا. ولا تشمل هذه العملية البيانات الخاصة بالمتغيرات النوعية/الكيفية، نظرا لاستحالة ترتيبية مواصفات هذه الأخيرة.

تمكننا هذه التكرارات من تحديد مثلا عدد الأشخاص الذين يتراوح سنهم مابين [10- 15[سنة، ولكن قد يطلب منا معرفة عدد السكان الذين يتراوح سنهم مابين [25 – 45[سنة. في هذه الحالة لايمكن الإجابة بسهولة وبشكل مباشر على تلك الأسئلة بمجرد النظر إلى التوزيع العادي. ولنتمكن من الإجابة على تلك الأسئلة وغيرها، لابد من وضع التوزيعات في شكل جديد ألا وهو التكرارات التراكمية أو ما يسمى بالتوزيع التكراري المتجمع.

- إن القاعدة العملية لهذا النوع من التوزيع التكراري، أننا نستطيع الإجابة على هذه الأسئلة بمجرد النظر إلى الجدول.
- يحسب التكرار التراكمي تصاعديا لقيمة محددة (أو لفئة قيم) بجمع تكرارها إلى تكرارات القيم أو فئات القيم السابقة أو الدنيا.
- أما التكرارات التراكمية تنازليا فهو جمع تكرار قيمة أو فئة قيم إلى مجموع تكرارات القيم أو فئات القيم اللاحقة أو العليا.
- ويمكن القيام بالعمليات الحسابية انطلاقا من التكرارات المطلقة أو التكرارات النسبية.
- والأمثلة الآتية توضح لنا العمليات الحسابية بشكل واضح.

المثال الأول: متغيرة كمية منفصلة:

توزيع الأسر المغربية حسب عدد الغرف (الإحصاء العام لسنة 2004)

عدد الغرف	%	تكرارات نسبية تصاعديا	تكرارات نسبية تنازليا
1	12.6	21.6	100
2	26	38.6	87.4
3	28.6	67.2	61.4
4	15.6	82.8	32.8
5	6.5	89.3	17.2
6	4.6	93.9	10.7
7	1.8	95.6	6.1
8	2.7	98.3	4.3
غير مصرح	1.6	100	1.6
المجموع	100		

- المثال الثاني: متغيرة كمية متصلة

فئات السن	عدد السكان	تكرارات تراكمية تصاعديا	تكرارات تراكمية تنازليا	%	تكرارات نسبية تصاعديا	تكرارات نسبية تنازليا
]5-0]	8904	8904	73067	12.2	12.2	100
]10-5]	7721	16625	64163	10.6	22.8	87.8
]15-10]	6233	22858	56442	8.5	31.3	77.2
]20-15	6175	29033	50209	8.4	39.7	68.7
]25-20]	7793	36826	44034	10.7	50.4	60.3
]30-25]	8821	45647	36241	12.1	62.5	49.6
]35-30]	7842	53789	27420	10.7	73.2	37.5
]40-35]	6109	59298	19578	8.4	81.6	26.8
]45-40]	4902	64500	13469	6.7	88.3	18.4
]50-45]	3069	67569	8567	4.2	92.5	11.7
]55-50]	1944	69513	5498	2.7	95.2	7.5
]60-55]	1029	70542	3554	1.4	96.6	4.8
]65-60]	690	71232	2525	0.9	97.5	3.4
]70-65]	498	71730	1835	0.7	98.2	2.5

- بشكل عام، إن الهدف من التكرارات التراكمية هو:
- أ- تحديد عدد العناصر التي لا تتعدى قيمتها قيمة معينة أو عدد العناصر التي تفوق قيمتها قيمة معينة أو عدد العناصر ذات قيم محصورة بين قيمتين محدودتين مثال:
- - نسبة السكان الذين يقل سنهم عن 20سنة، يقرأ في عمود التكرارات التراكمية تصاعديا: 39.7%.
- - نسبة السكان الذين يساوي أو يفوق سنهم 40 سنة، يقرأ مباشرة في عمود التكرارات التراكمية تنازليا 18.4%.
- - كما يمكن قراءة عدد السكان الذين يتراوح سنهم بين [20 – 40[في كل العمودين وهي كالتالي: 81.6 – 39.7 =41.9
- 60.3 - 18.4=41.9
- ب- تحديد احد المؤشرات الإحصائية الاختزالية ألا وهو الوسيط La midiane والذي يعرف بالقيمة النصفية في المجتمع، أي القيمة التي تقسم سلسلة القيم إلى مجموعة متقايسة.
- ج- تحديد تمركز القيم في المجتمع أي مدى توزيعها الغير متكافئ بين عناصر المجتمع. كمقاييس النزعة المركزية وتحليل التمركز.

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵓⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⵍⴰⵜ ⵏ ⵜⵙⵔⵏⵉⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⵜⵉⵏⵣⵓⵢⵏⵉⵏ - ⴰⵙⵙ ⵏⵎⵙⴰⵙ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس السابع

يوم 23 مارس 2020

ذ. محمد حمجيق

III- الرسوم البيانية والأشكال الهندسية

لقد رأينا طريقة وضع عدد كبي من البيانات في جداول منظمة واضحة، تساعد على استيعاب الموضوع الذي نقوم بدراسته. لكن هذه الجداول قد لا تكفي أحيانا للتوضيح، خاصة أن بعض الباحثين أو المهتمين يجدون صعوبة في إدراك مدلولات الأرقام التي تعرض عليهم في هذه جداول. لهذا يفضل اغلبهم تحويل هذه الجداول إلى رسوم بيانية أو أشكال هندسية. وإن الهدف من الرسم البياني هو تكوين فكرة سريعة ودقيقة عن الظاهرة المدروسة. هذا فضلا عن أن بعض الرسوم أو الأشكال تساعدنا في إجراء التحليل الإحصائي.

ويختلف العرض البياني باختلاف المعطيات، وحسب الظواهر المدروسة. لهذا من اجل توضيح الفكرة بشكل جيد، يجب اختيار الرسم أو الشكل الهندسي الذي يناسب بيانات معينة حتى تبرز الفكرة التي تدور حولها هذه البيانات. وبصفة عامة هناك الرسوم البيانية(البيانات الكارتزية) لتمثيل الظواهر الكمية، والأشكال الهندسية لتمثيل الظواهر النوعية.

ويشترط في الرسم البياني احترام بعض القواعد الأساسية:

- ✓ يجب أن يتضمن الرسم البياني أو الشكل الهندسي عنوانا دقيقا و واضحا
- ✓ يجب أن يتضمن المحوران الأفقي والعمودي العناصر الممثلة.
- ✓ يجب اختيار مقياس مناسب حتى لاتكون هناك مبالغة في التمثيل.
- ✓ يجب وضع مفتاح للعناصر الممثلة
- يجب تحديد مصدر المعطيات الممثلة

1. التمثيل البياني للمتغيرة الإحصائية الواحدة

1.1. التمثيل البياني/الرسوم البيانية *للمتغيرات الكمية.*

تمثل البيانات الكمية على محورين متعامدين في مستوى معين، وتوضع القيم أو فئات القيم على المحور الأفقي، بينما توضع التكرارات على المحور العمودي. ويستثنى من هذا، التمثيل البياني الخاص بالسلاسل الزمنية، حيث توضع الوحدات الزمنية أفقيا وقيم المتغيرات عموديا.

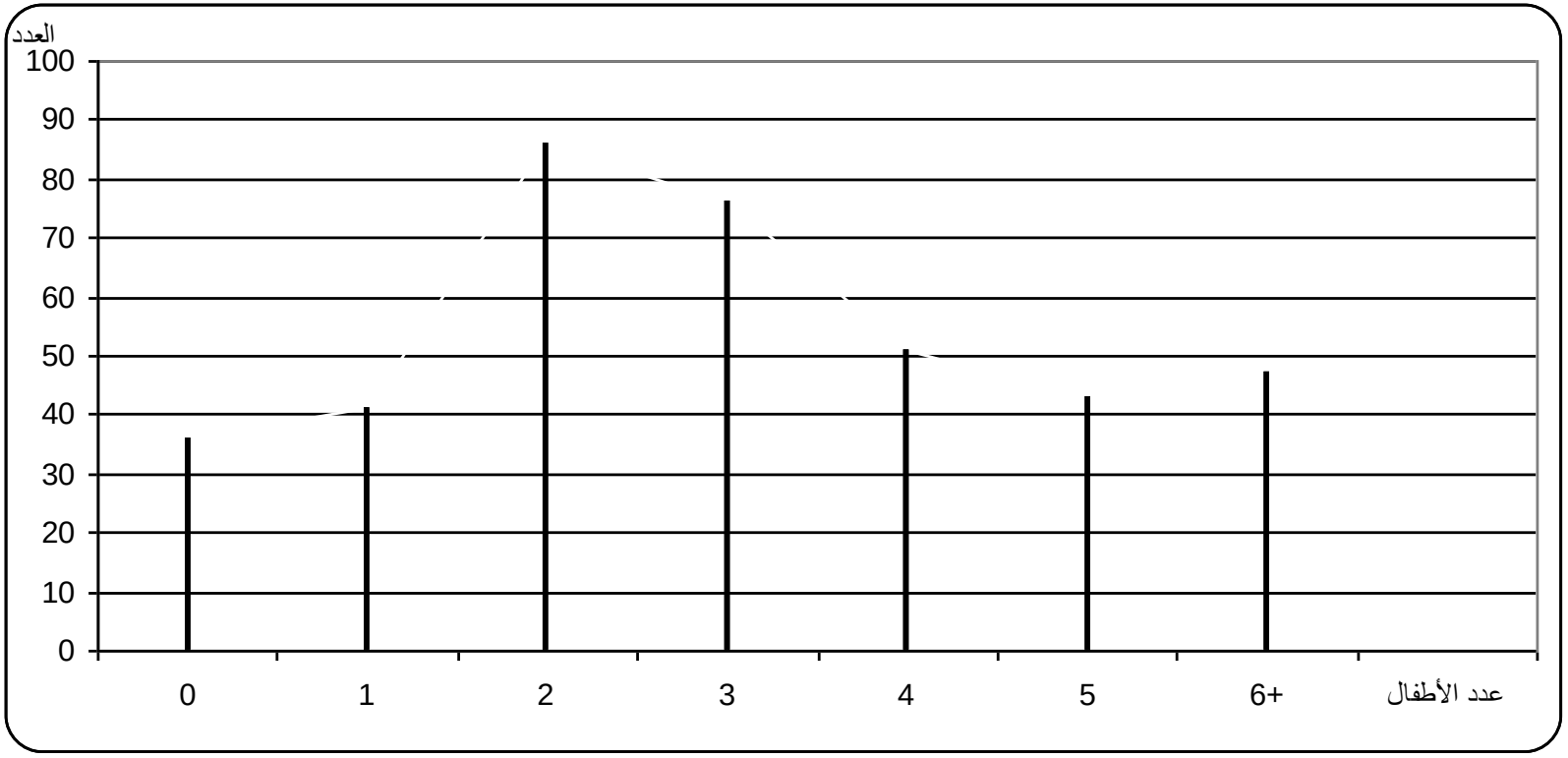
1.1.1. الرسوم البيانية للمتغيرات *الكمية المنفصلة*

نقوم برسم أعمدة بيانية موازية للمحور العمودي أي عمود التكرارات، وتبدأ هذه الأعمدة انطلاقا من القيم (الأفاصيل)، ويناسب طولها قيم التكرارات، وتنطبق هذه القاعدة على القيم المنفصلة والقليلة العدد.

المثال الأول:

توزيع عمال مؤسسة صناعية (س)حسب عدد الأطفال بمدينة فاس سنة2015

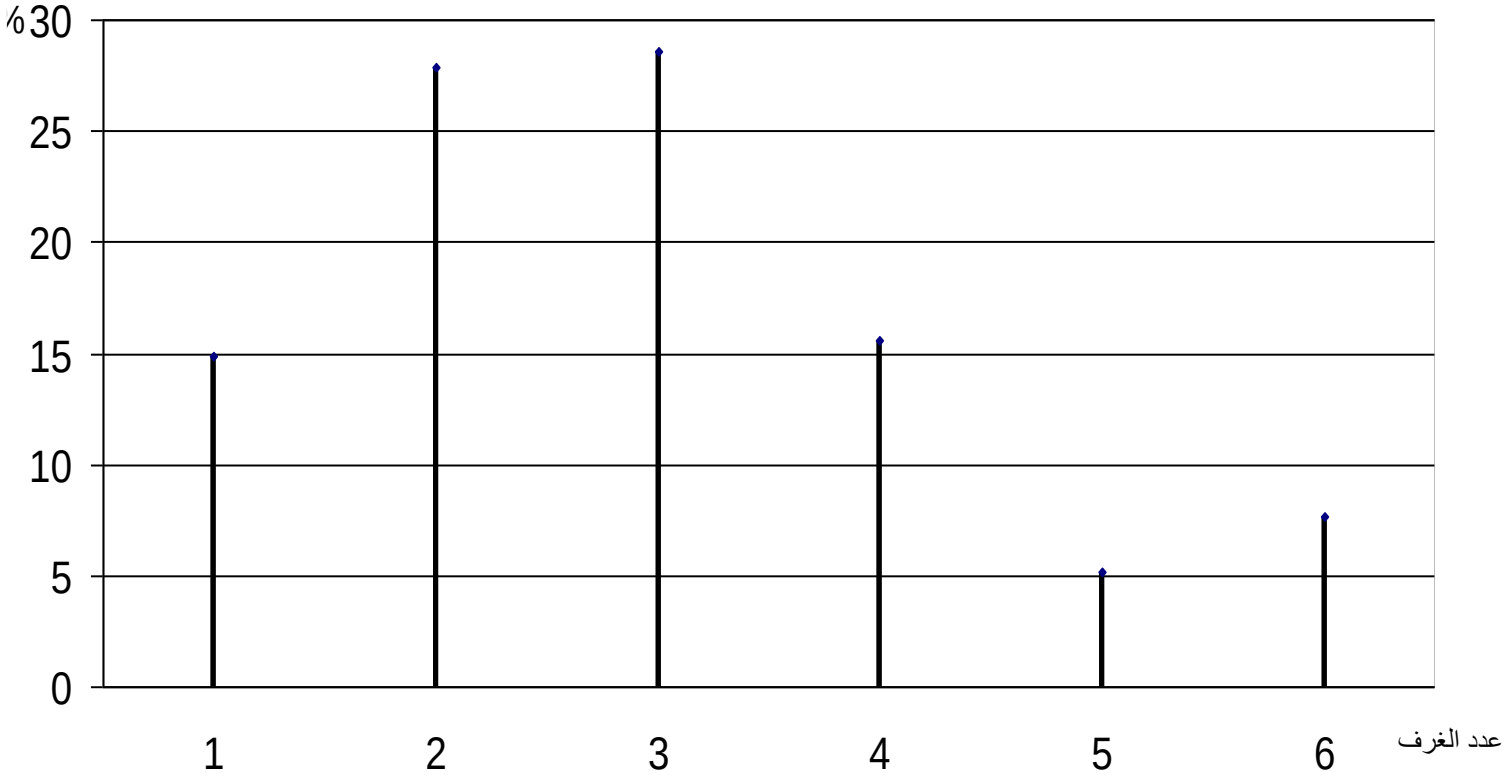
عدد الأطفال	0	1	2	3	4	5	6	المجموع
المجموع	36	41	86	76	51	43	47	380



المثال الثاني:

توزيع الأسر حسب عدد الغرف في المسكن بجهة فاس بولمان سنة 2004

عدد الغرف	1	2	3	4	5	6 فأكثر	المجموع
النسبة	14.9	27.9	28.6	15.6	5.2	7.7	100%



2.1.1. الرسوم البيانية الخاصة *بالمتغيرات الكمية المتصلة*

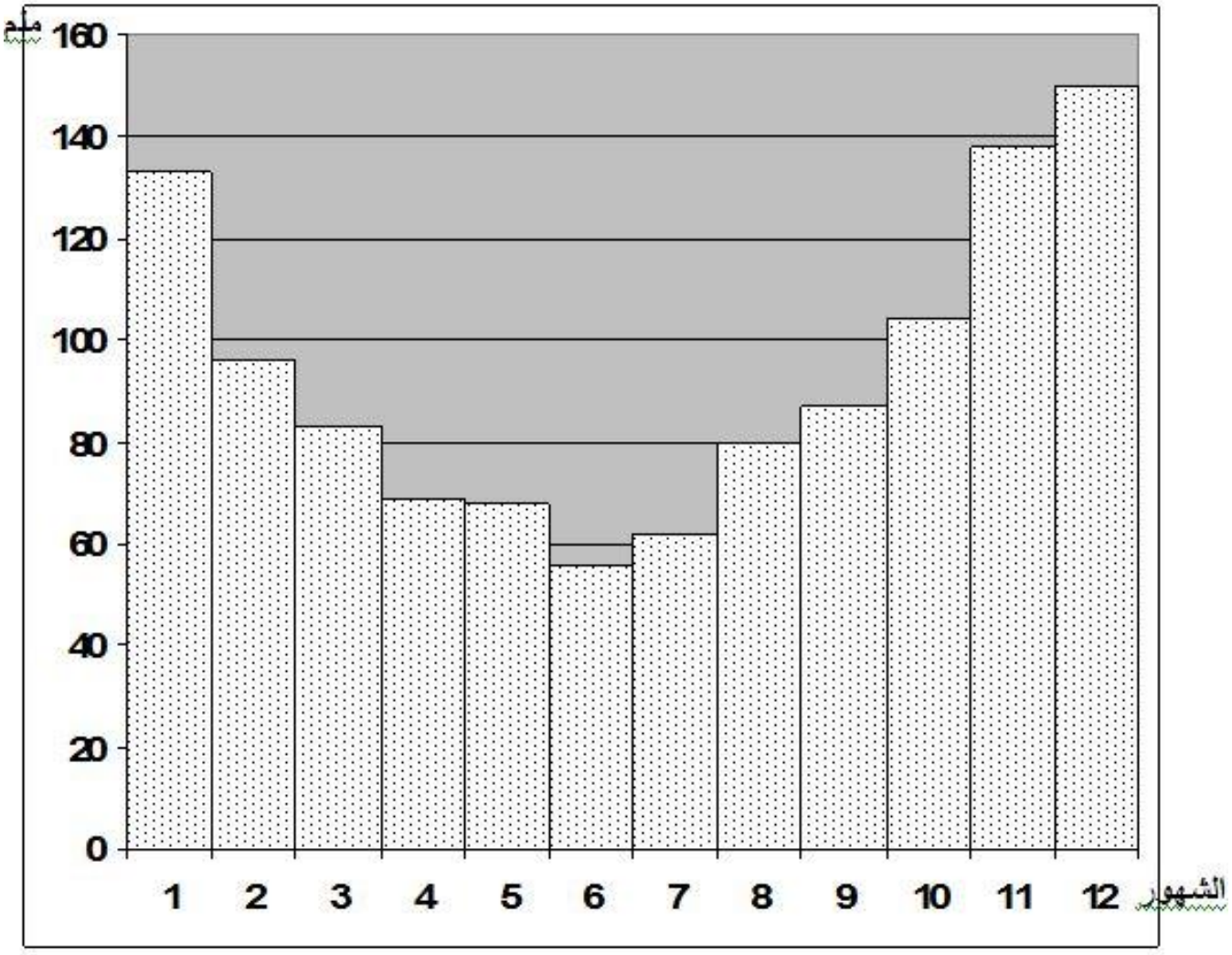
إن التمثيل البياني لايمكن أن تتم على شكل نقط محددة الإحداثيات، وإنما عبارة عن تمثيل خاص لمعطيات متعددة، محددة الأرتوب ، ولكن غير واضحة الأفصول. ولهذا سيكون الرسم البياني عبارة عن مساحات لمستطيلات عرضها مجال الفئة وطولها يتناسب مع تكرار الفئة. وتشكل هذه المستطيلات المدرج التكراري

أ.الرسوم البيانية الخاصة *بالمتغيرات الكمية بفئات متقايسة الطول:*

☜المثال الأول:

توزيع المتوسطات الشهرية للتساقطات المطرية المسجلة بمنطقة (س)سنة2000

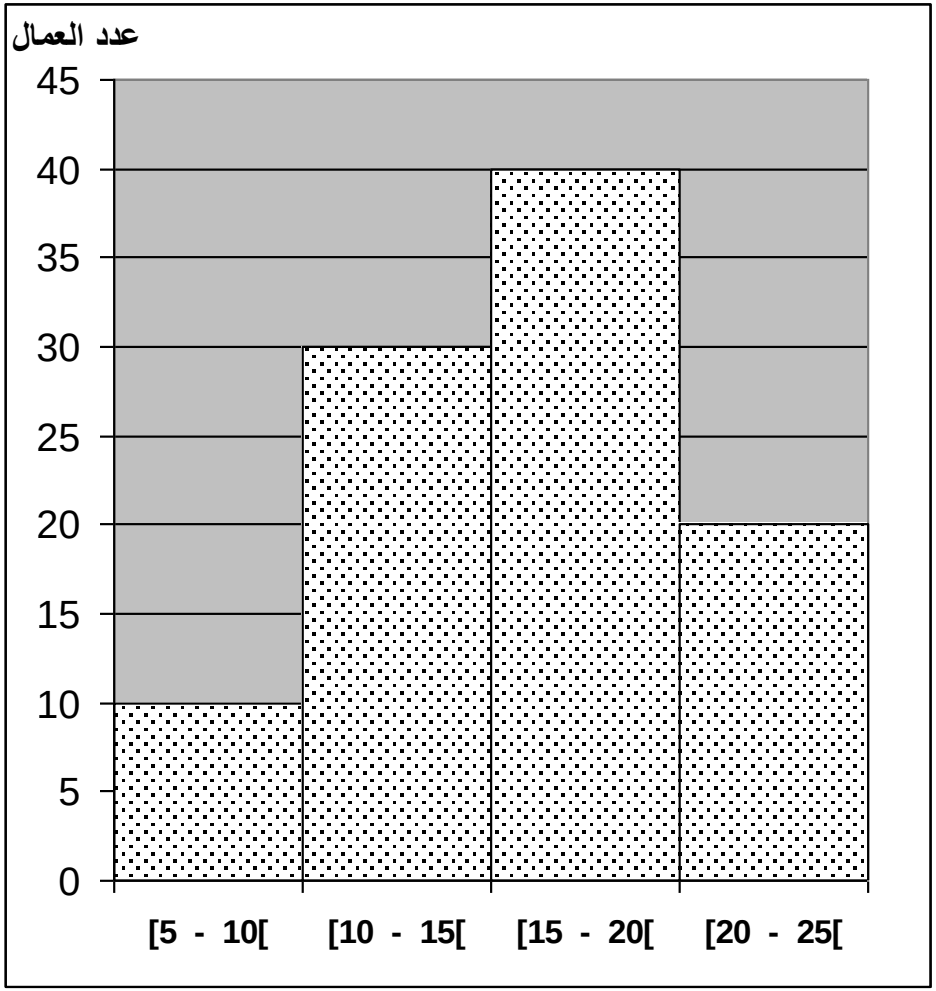
الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التساقطات (ملم)	133	96	83	69	68	56	62	80	87	104	138	150



المثال الثاني: ☜

تتوزع أجور عمال مؤسسة صناعية حسب الساعات (بالدرهم) كالتالي:

الأجور	]10 - 5]	]15 - 10]	]20 - 15	]25 - 20]	المجموع
المجموع	10	30	40	20	100



ب. الرسوم البيانية الخاصة بالمتغيرات الكمية *بفئات غير متقايسة الطول*:

إن بعض الجداول الإحصائية المبوبة بفئات قيم تتضمن فئة أو أكثر ذات مجال مختلف (أكبر أو أصغر) عن مجال الفئات الأخرى.

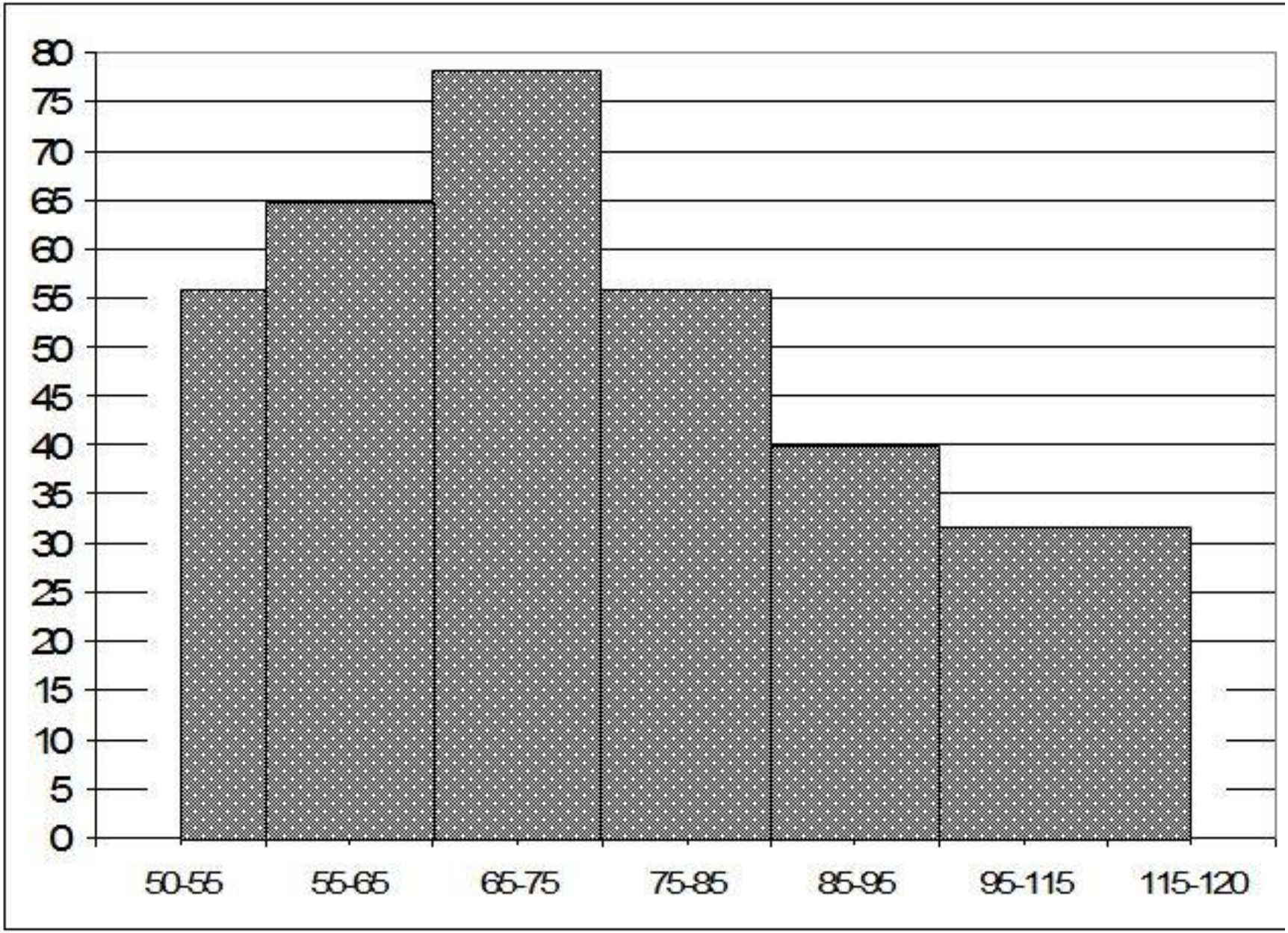
وبما أن التمثيل البياني يعتمد على مساحات لمستطيلات، ولكي تعطى للفئة أو الفئات المختلفة مساحتها الطبيعية، ومن اجل المحافظة على القاعدة العامة التي تعطينا مساحة المدرج التكراري أي:

(الطول(الشائع) للفئات س مجموع التكرارات)، فإننا نقوم بتعديل التكرارات. ويتمثل التعديل في ضرب تكرار هذه الفئة في قيمة تعادل نسبة الطول الشائع للطول الخاص بالفئة المختلفة.

المثال الأول:

تتوزع المقاولة صناعية حسب فئات الرأسمال(بالألف الدرهم)

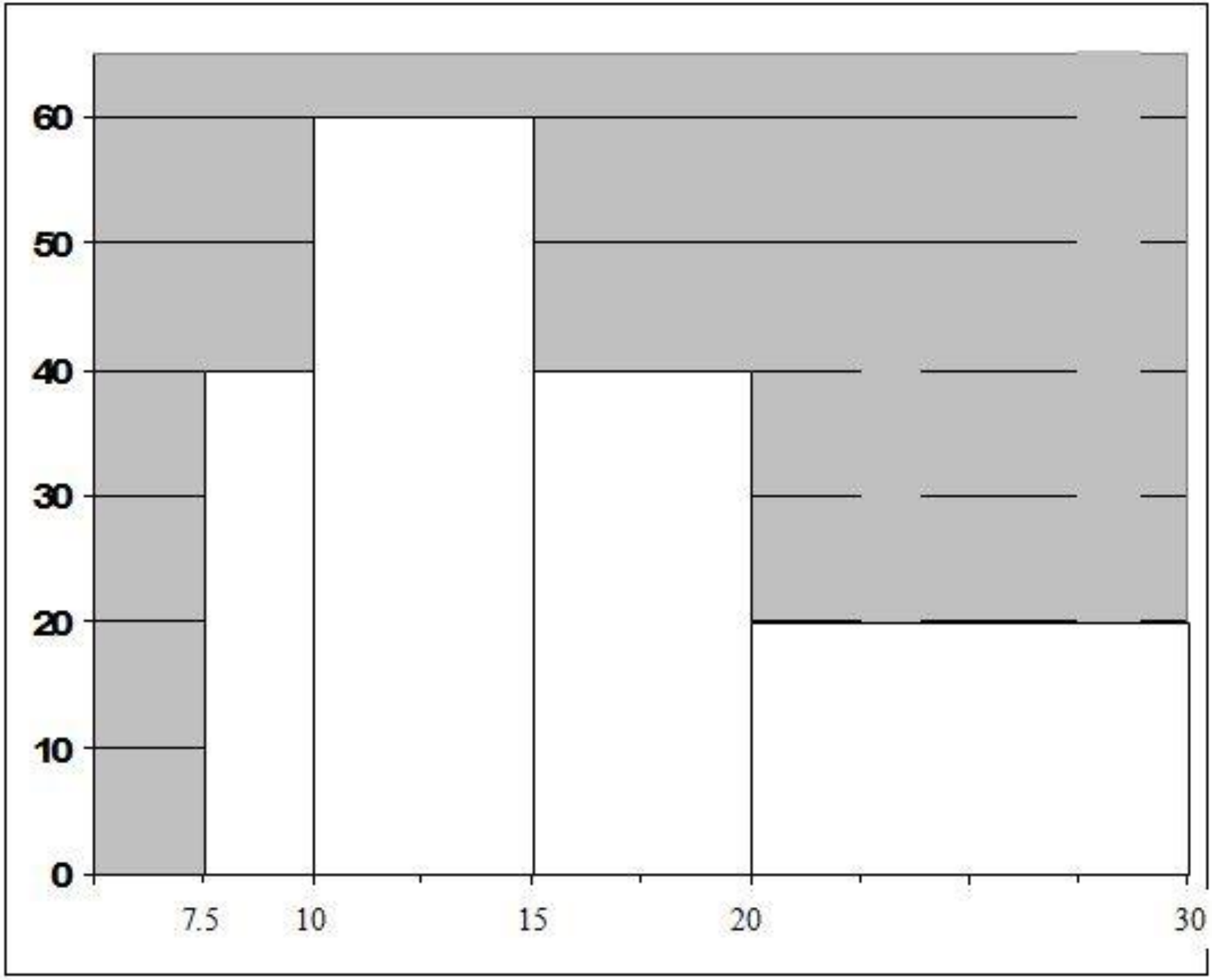
فئات الرأس المال	عدد المقاولات	تكرارات معدلة	تكرارات معدلة
]55 - 50]	28	56=10/5 ×28	طول الفئة المختلفة هو:5
]65 - 55]	65	65	الطول العام او السائد للفئات هو: 10
]75 - 65]	78	78	
]85 - 75]	56	56	
]95 - 85]	40	40	
]115 - 95]	32	16 =10/20X32	طول الفئة المختلفة هو:20
المجموع	299		


80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
50-55
55-65
65-75
75-85
85-95
95-115
115-120

المثال الثاني:

توزيع أجور عمال مؤسسة صناعية بالبيضاء حسب الساعات سنة 2001 كالتالي

فئات الجور بالدرهم	عدد العمال	تكرارات معدلة
] 10 – 7.5 [	20	40 = 5/2.5 ×20
] 15 - 10 [	60	الطول العام او السائد للفئات هو: 5
] 20 - 15 [	80	
] 30 – 20 [	40	20 = 5/10 ×40
المجموع	200	


60
50
40
30
20
10
0
7.5
10
15
20
30

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⵉ ⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⵍⴰⵜ ⵏ ⵜⵓⴽⵏⵉⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⵎⴰⵄⵓⵏⵉⵏ ⵜⵉⵏⵣⵓⵖⵉⵏ - ⵎⵓⵇ ⵏⵎⵓⵄⴰ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس الثامن

يوم 30 مارس 2020

ذ. محمد حمجيق

2.1. التمثيل البياني(الأشكال الهندسية) للمتغيرات الكيفية/النوعية.

تستعمل معظم الأشكال كالمستطيلات والدوائر وأنصاف الدوائر والرسوم المجسدة لعناصر وأشياء أخرى.

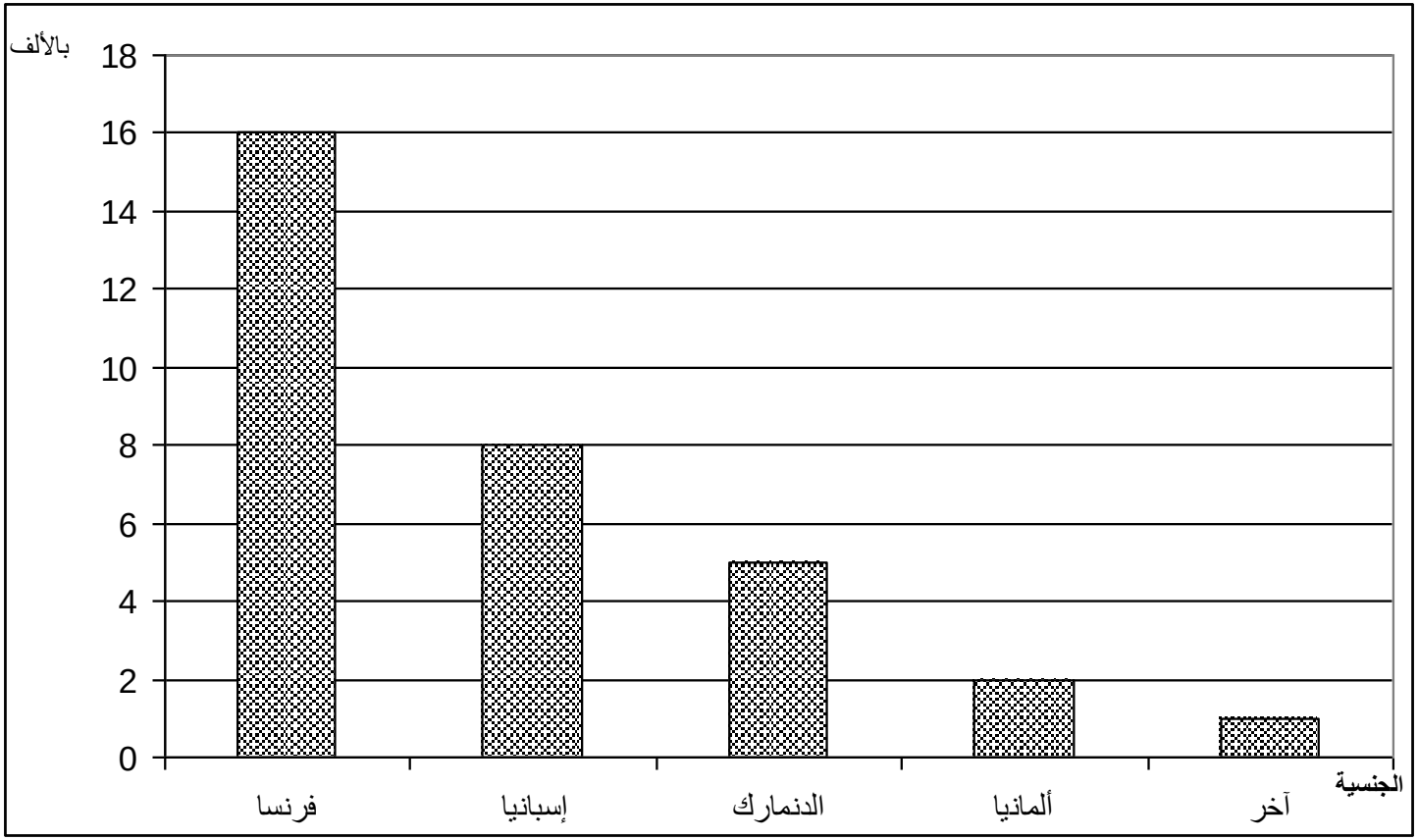
وتكمن أهمية هذه الرسوم في مقارنة الظواهر النوعية زمانيا أو مكانيا. ويمكن أن تكون الأعداد الممثلة عبارة عن توزيع لقيم تقاس بمقاييس معروفة حسب نوعها.

أ- التمثيل بواسطة الأعمدة البيانية

المثال الأول:

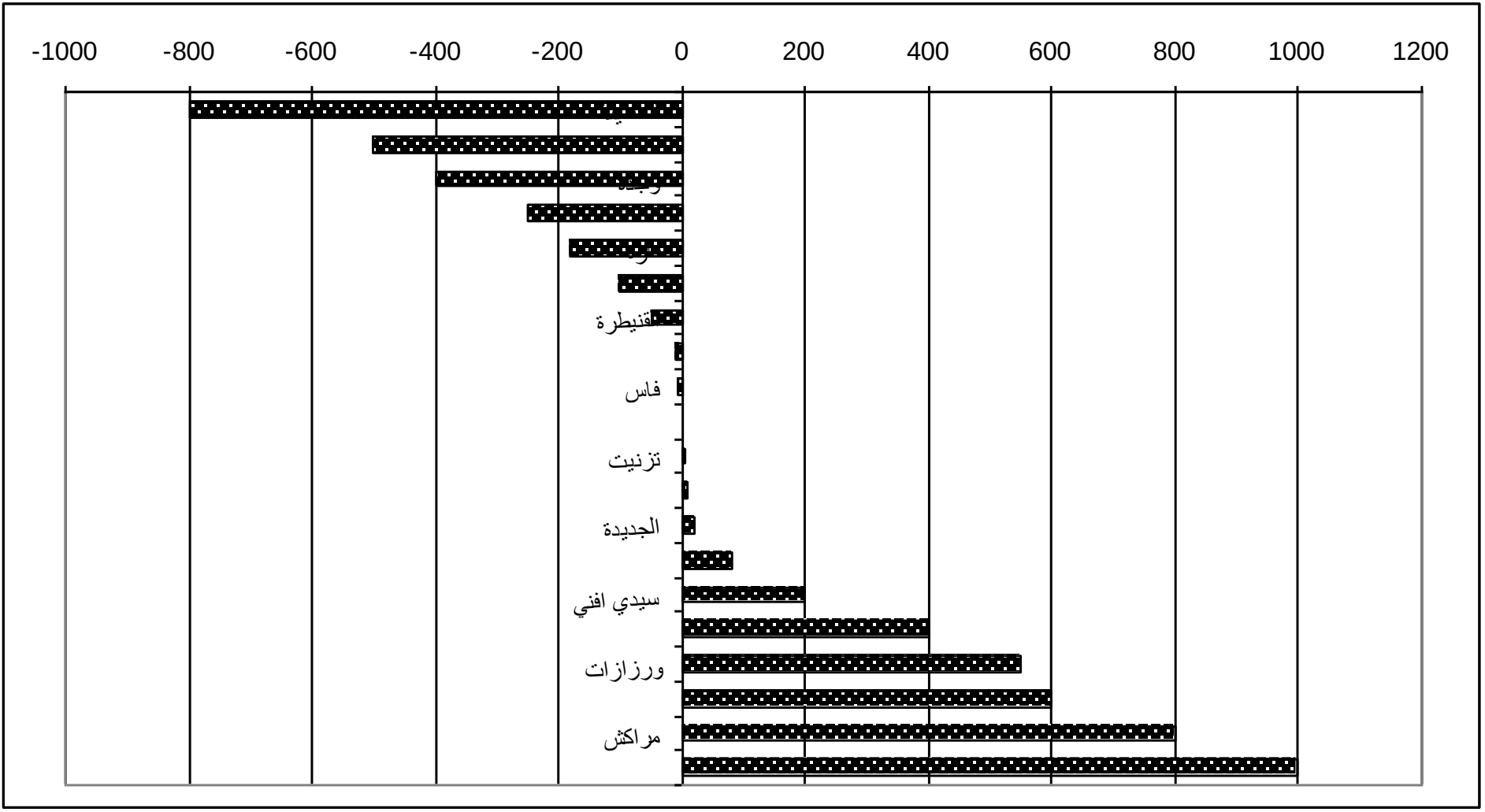
توزيع السياح الوافدين على مدينة إفران حسب الجنسية سنة 1999(بالألف)

الجنسية	فرنسا	إسبانيا	ألمانيا	إيطاليا	آخر	المجموع
العدد	16	8	5	2	1	31



المثال الثاني: رصيد الحركة السياحية بالمدن المغربية التالية سنة 1998

المدن	رصيد السياحة
الحسيمة	800-
شفشاون	500-
وجدة	400-
تطوان	250-
تازة	180-
العرائش	100-
القنيطرة	50-
أزمور	10-
فاس	5-
مكناس	2
تزنيت	5
طنجة	10
الجديدة	20
آسفي	80
سيدي إفني	200
الراشدية	400

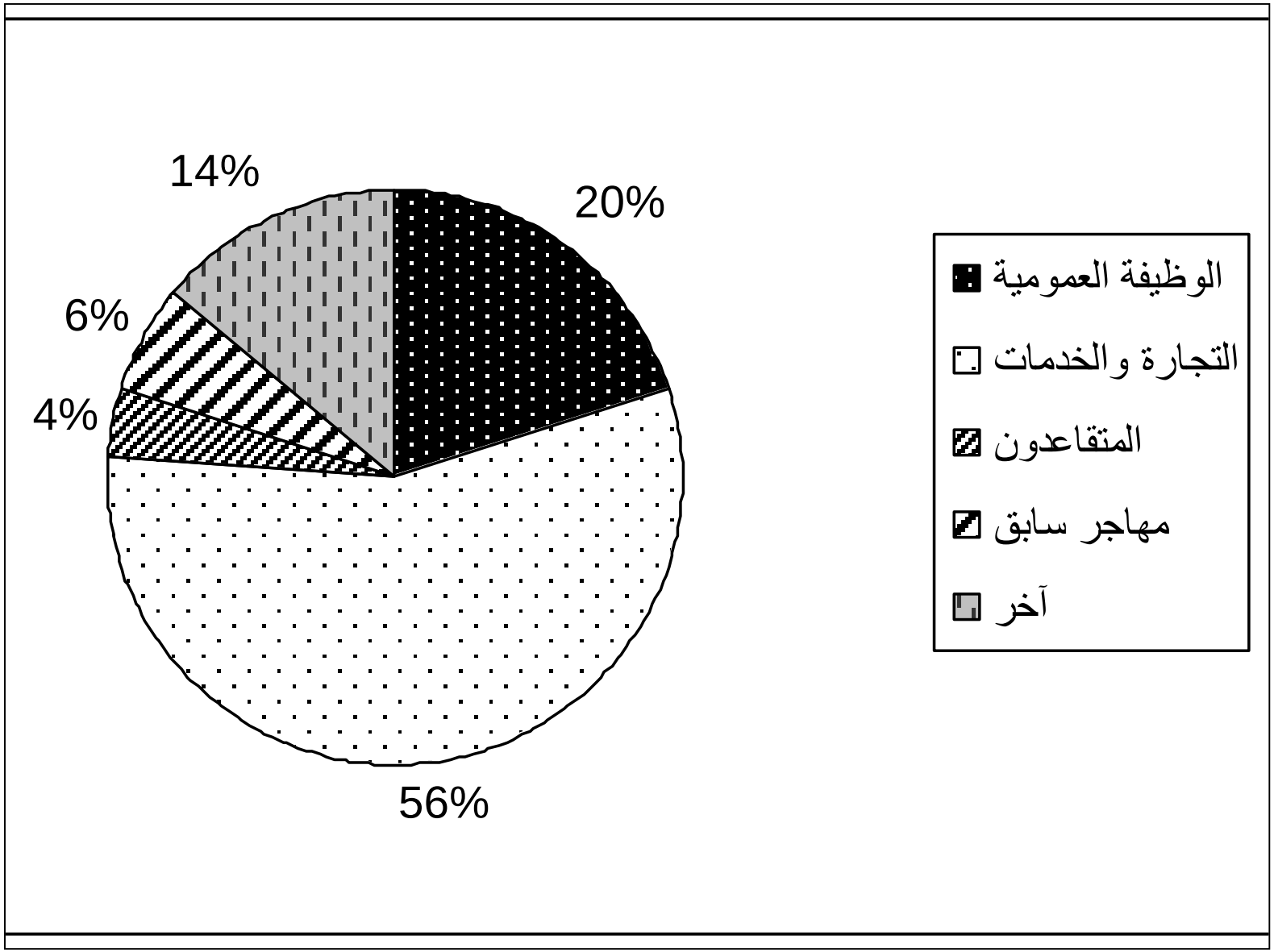

-1000
-800
-600
-400
-200
0
200
400
600
800
1000
1200
القنيطرة
فاس
تزنيت
الجديدة
سيدي افني
ورزازات
مراكش

ب. التمثيل بالدوائر وأنصاف الدوائر

المثال الأول:

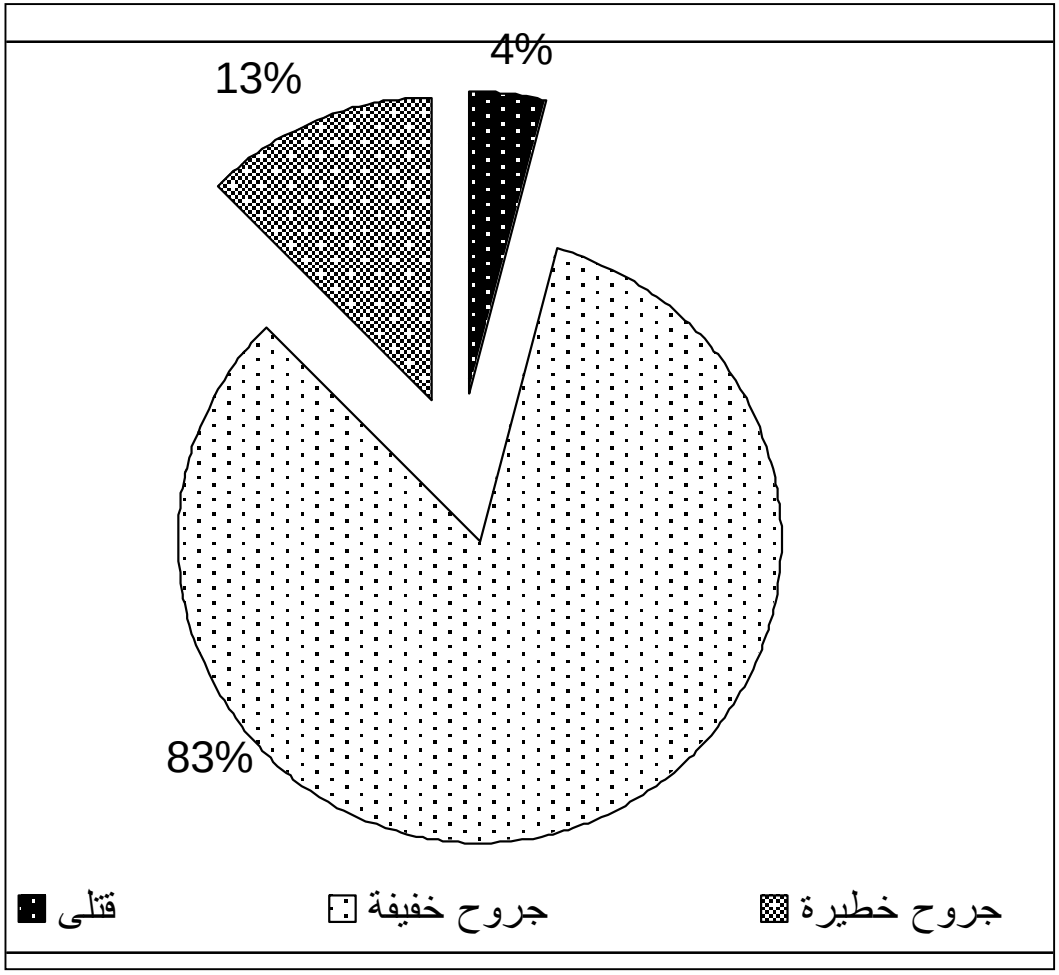
توزيع توزيع سكان دوار(س) حسب المهنة سنة 2011

نوع المهن	النسبة(%)	حجم الزاوية
الوظيفة العمومية	20	72
التجارة والخدمات	56	201.6
متقاعد	4	14.4
الهجرة	6	21.6
آخر	14	50.4
المجموع	%100	360 درجة


14%
20%
6%
4%
56%
الوظيفة العمومية
التجارة والخدمات
المتقاعدون
مهاجر سابق
آخر

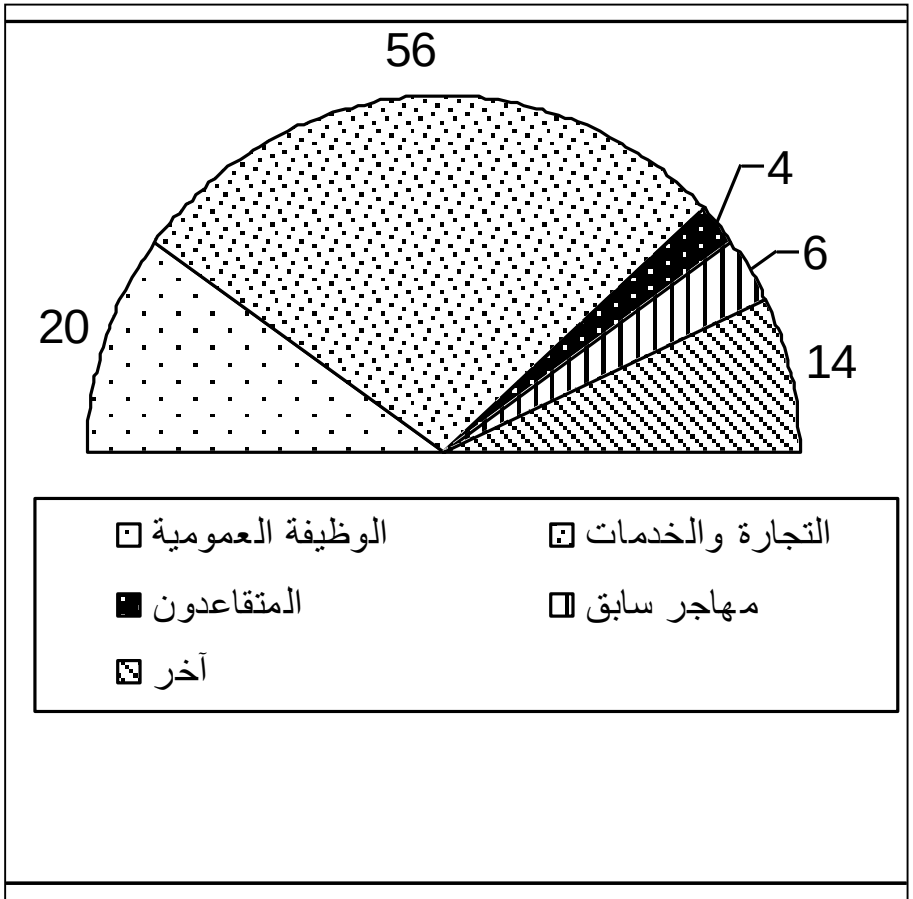
المثال الثاني: توزيع ضحايا حوادث حوادث السير بالمغرب حسب حجم الخطورة سنة 2008

حجم الخطورة	قتلى	جروح خفيفة	جروح خطيرة	المجموع
العدد	4162	85915	12992	103069
حجم الزاوية	14.53	300.1	45.37	360



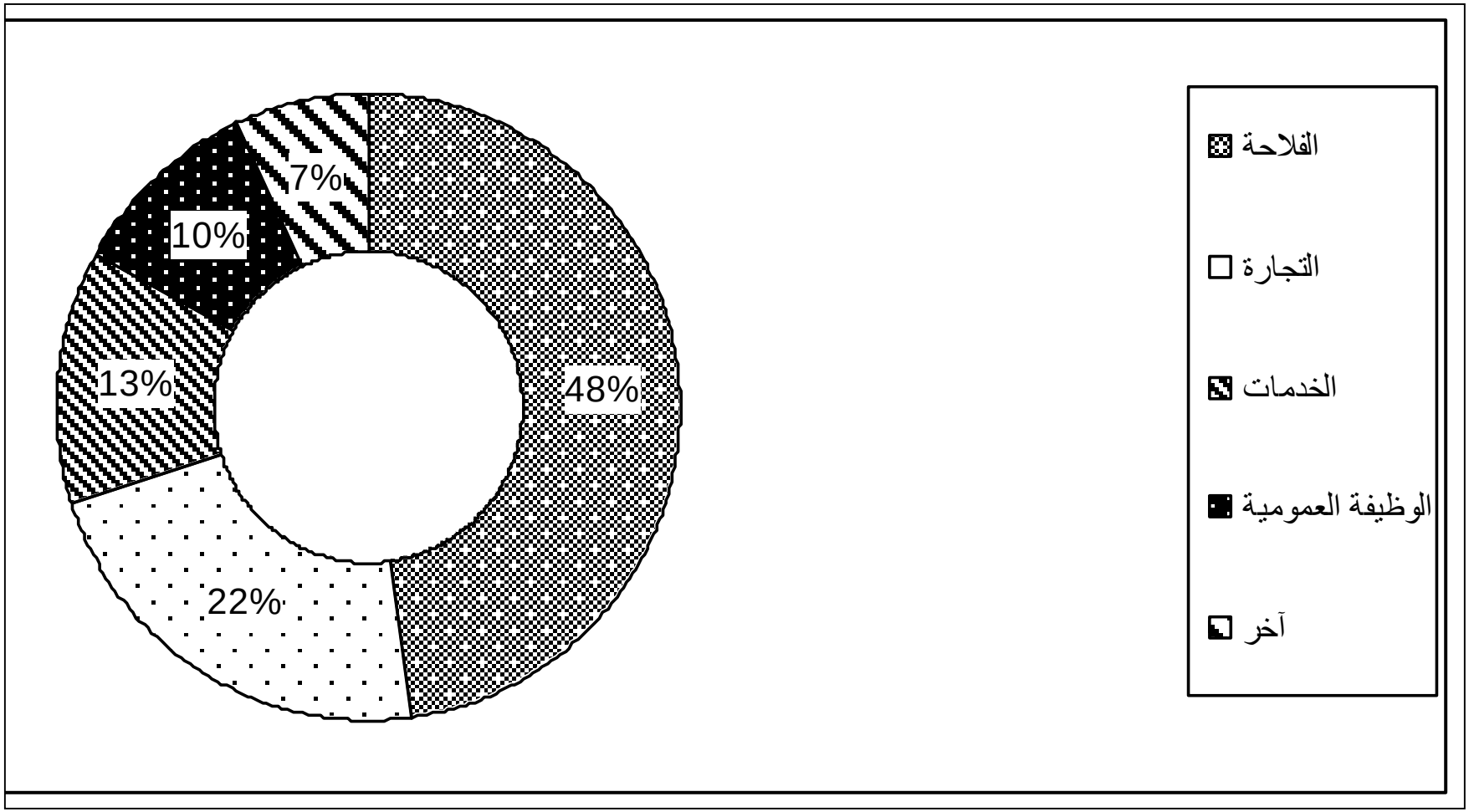
المثال الثالث: تتوزع صادرات المغرب حسب نوعها(بالألف الدرهم)سنة 1993 على الشكل التالي:

نوع الصادرات	القيمة بالدرهم	%	حجم الزاوية
الفسفاط	43479	73.4	132.1
الصناعة التقليدية	12031	20.3	36.5
الصناعة التحويلية	3732	6.3	11.4
المجموع	59250	100	180



المثال الرابع: توزيع الساكن النشيطون حسب فروع الأنشطة الاقتصادية بالمغرب سنة2001

فروع النشاط	الفلاحة	التجارة	الخدمات	الوظيفة العمومية	آخر	المجموع
النسبة(%)	47.8	22.2	13	10	7	%100

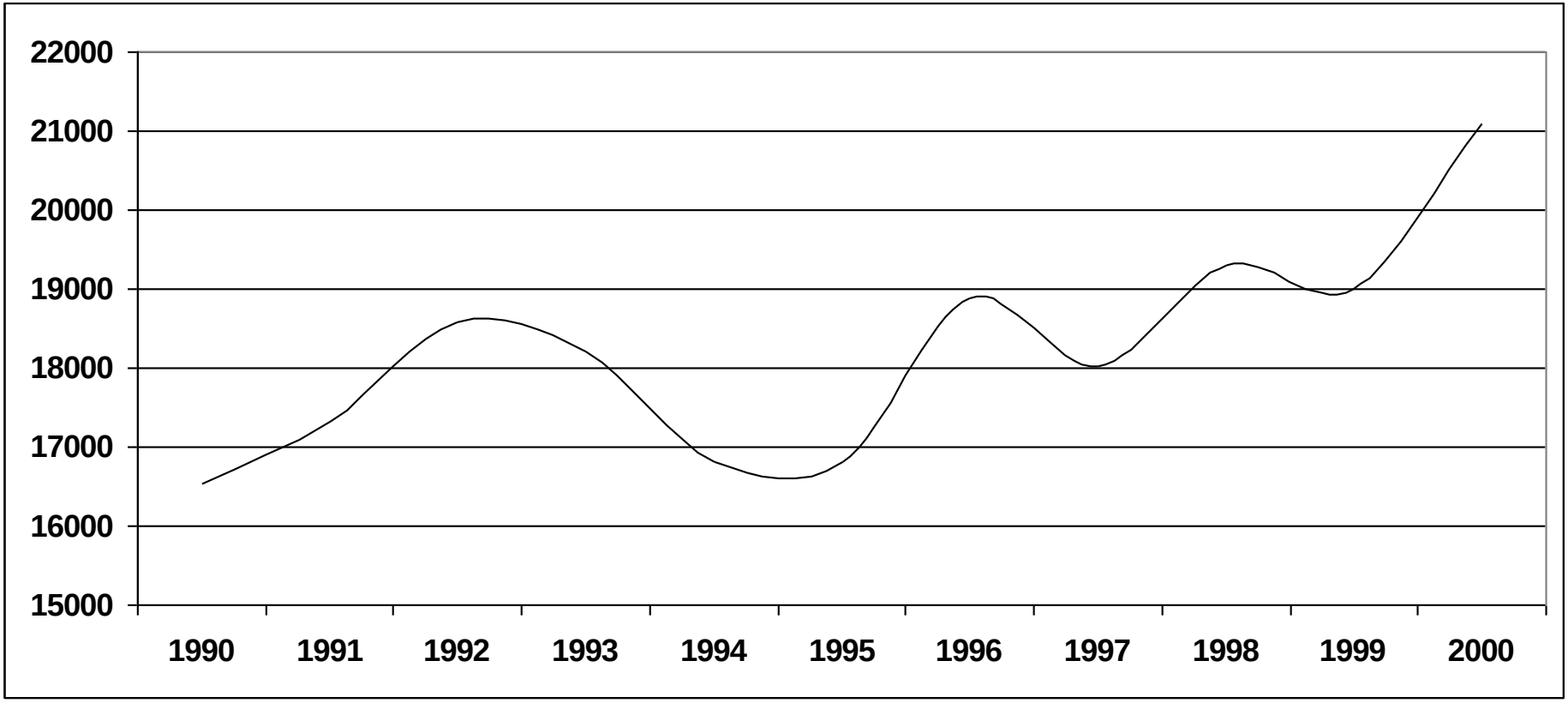


3.1. التمثيل البياني للمتسلسلات الزمنية:

يهم هذا النوع من المثيل توزيع المجتمع الإحصائي حسب فترات زمنية، ويستعمل هذا النوع من التمثيل بشكل واسع في الجغرافية،والأمثلة في هذا الصدد متنوعة: مثلا تطور الإنتاج، تطور عدد السكان، تطور تحويلات المهاجرين....

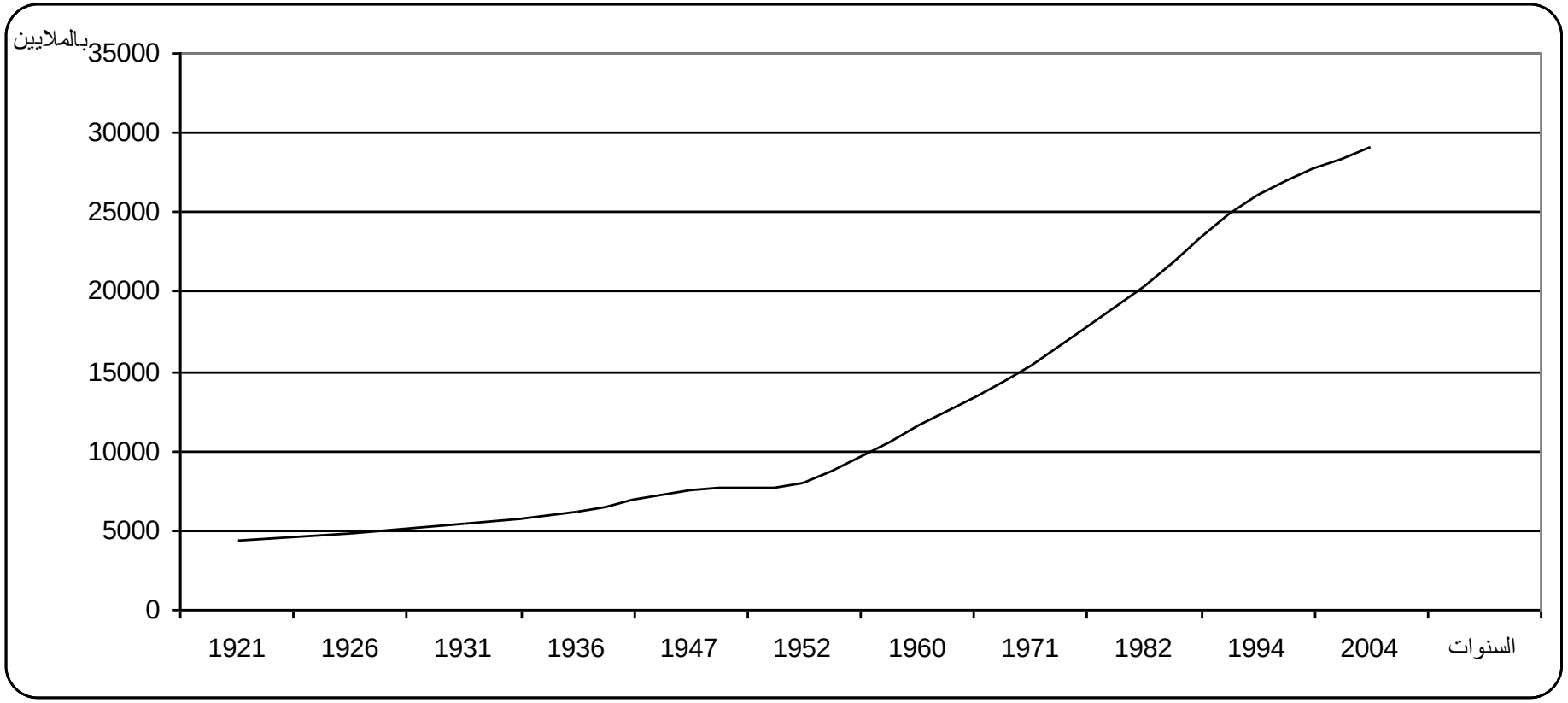
المثال الأول: تطور تحويلات المهاجرين بالخارج(بالمليون الدرهم) مابين سنتي **1990** و**2000**

السنة	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	998	1999	2000
القيمة	16537.2	17328.1	18580.7	18215.9	16814.4	16819.9	18873.8	18033.4	19310.9	19001.5	21100



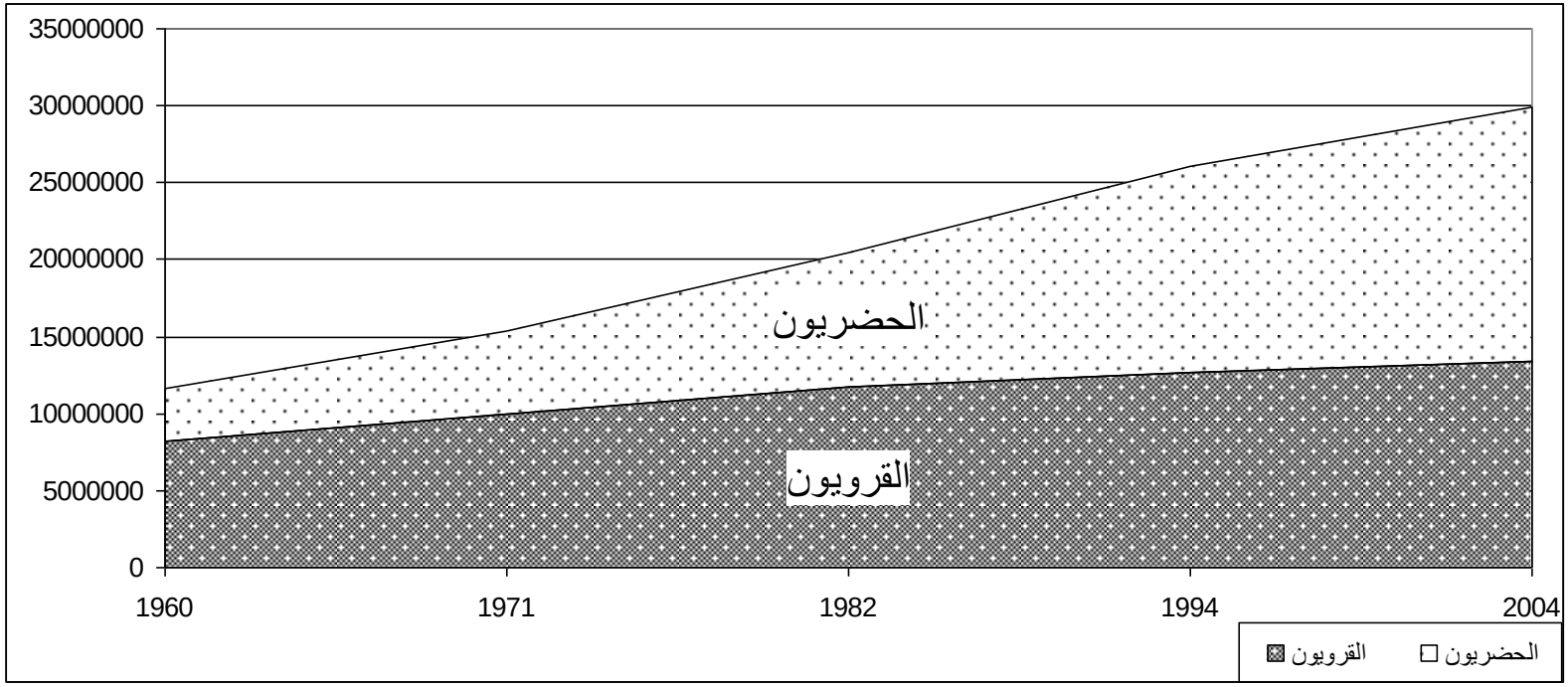
المثال الثاني: تطور عدد سكان المغرب (بالملايين) مابين سنتي 1921 و2004

السنة	1921	1926	1931	1936	1947	1952	1960	1971	1982	1994	2004
القيمة	4333	4894	5364	6245	7479	7998	11626	15379	20419	26073	29891



المثال الثالث: تطور عدد سكان المغرب حسب الوسطين القروي والحضري 1960و2004

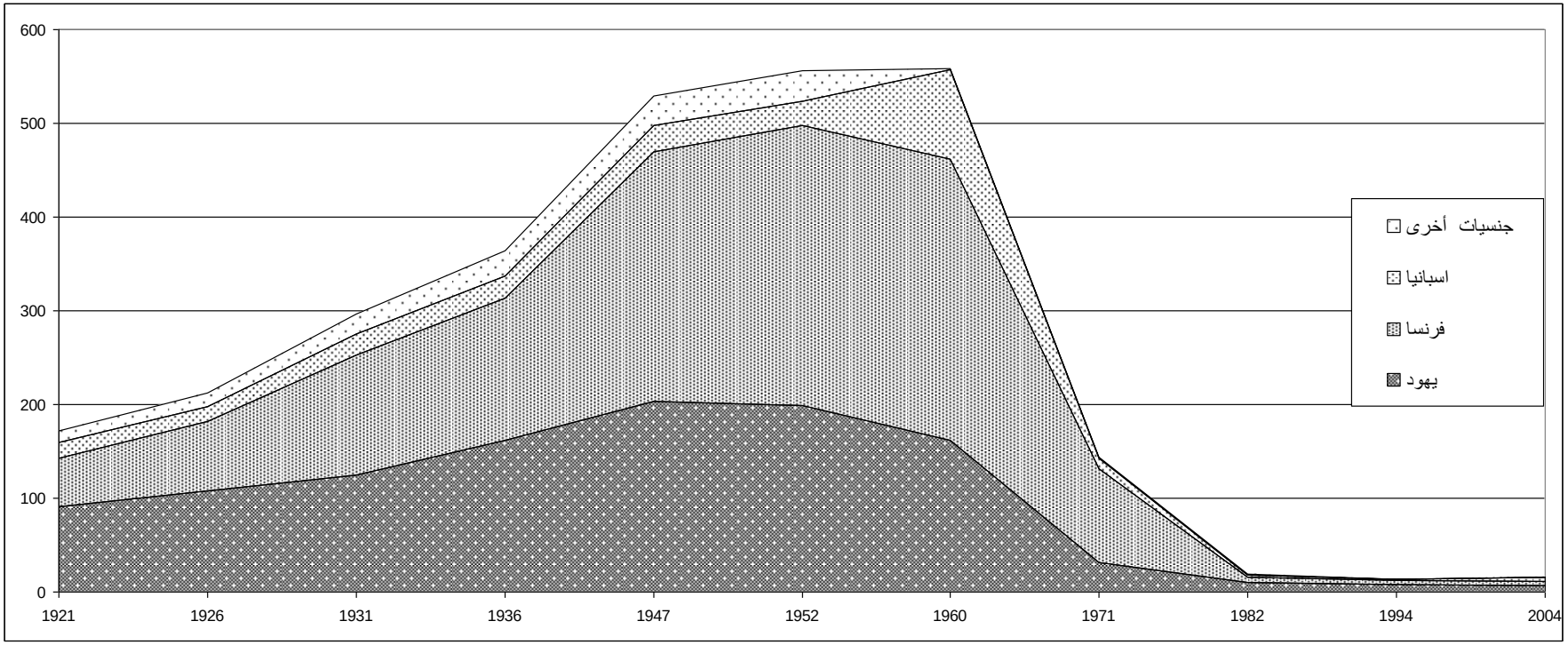
السنوات	1960	1971	1982	1994	2004
الحضريون	3389613	5409725	8730339	13407835	16463634
القرويون	8236857	9969534	11689156	12665882	13428074



المثال الرابع:تطور

توزيع الأجانب بالمغرب من 1921 إلى سنة 2004 (بالألف)

السنة	1921	1926	1931	1936	1947	1952	1960	1971	1982	1994	2004
يهودي	91.3	107.5	124.6	161.9	203.8	199.3	162	31	10	8	7
فرنسي	51.5	74.6	128.2	152.1	266.1	299	300	100	6	4.5	4
إسباني	16.3	15.1	22.7	23.3	28.1	25.1	95.5	12	2	0.5	5
آخر	12.9	15	21.6	27.2	30.8	32.4	1	0.3	0.6	0.2	0.2



جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵉⵡⵜ ⵏ ⵜⵙⵕⵏⵉⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵜ ⵜⵉⵏⵙⵙⴰⵏⵉⵏ - ⵎⵙⵙ
ⵔⵎⵙⵙⴰⵣ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير

الدرس التاسع و العاشر

يوم 13 و 20 أبريل 2020

ذ. محمد حمجيق

2. التمثيل البياني للتوزيعات الإحصائية ذات عدة متغيرات :

- إذا كان التمثيل البياني سهلا واضحا لتمثيل خاصية واحدة، فإن تمثيل خاصيتين أو أكثر يكون أحيانا صعبا، مما يتطلب منا أخذ بعين الاعتبار طبيعة المتغيرات المراد تمثيلها، لأن التمثيل يختلف من خاصية إحصائية لأخرى.

1.2. التمثيل البياني للخصائص النوعية المزدوجة:

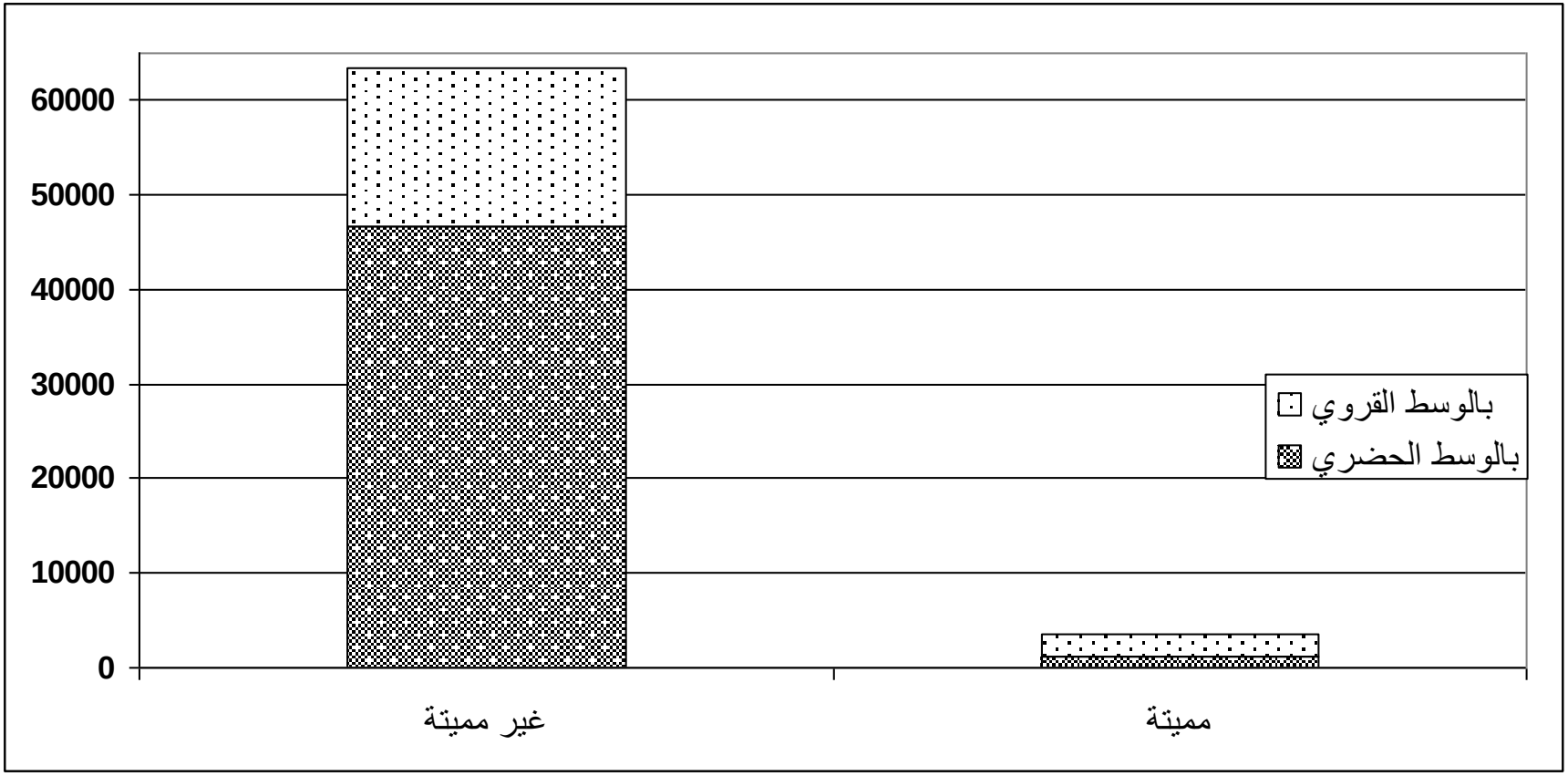
إن الأعمدة البيانية التي تمثل فيها عدة خصائص عبارة عن مستطيلات راسية ذات سمك مناسب متساو وارتفاعاتها تمثل القراءات للظاهرة المدروسة.

- **أ. الأعمدة المجزأة :**

إن الأعمدة المجزاة عبارة عن أعمدة بيانية بسيطة إلا أن ارتفاعاتها تمثل مجموع القراءات المتناظرة للظاهرتين أو أكثر. ثم يقسم كل عمود بنسب قراءات الظاهرة وكل ظاهرة تلون أو تظلل بشكل خاص .

المثال الأول: توزيع حوادث السير حسب نوع الحادثة بالوسطين القروي والحضري بالمغرب سنة 2009

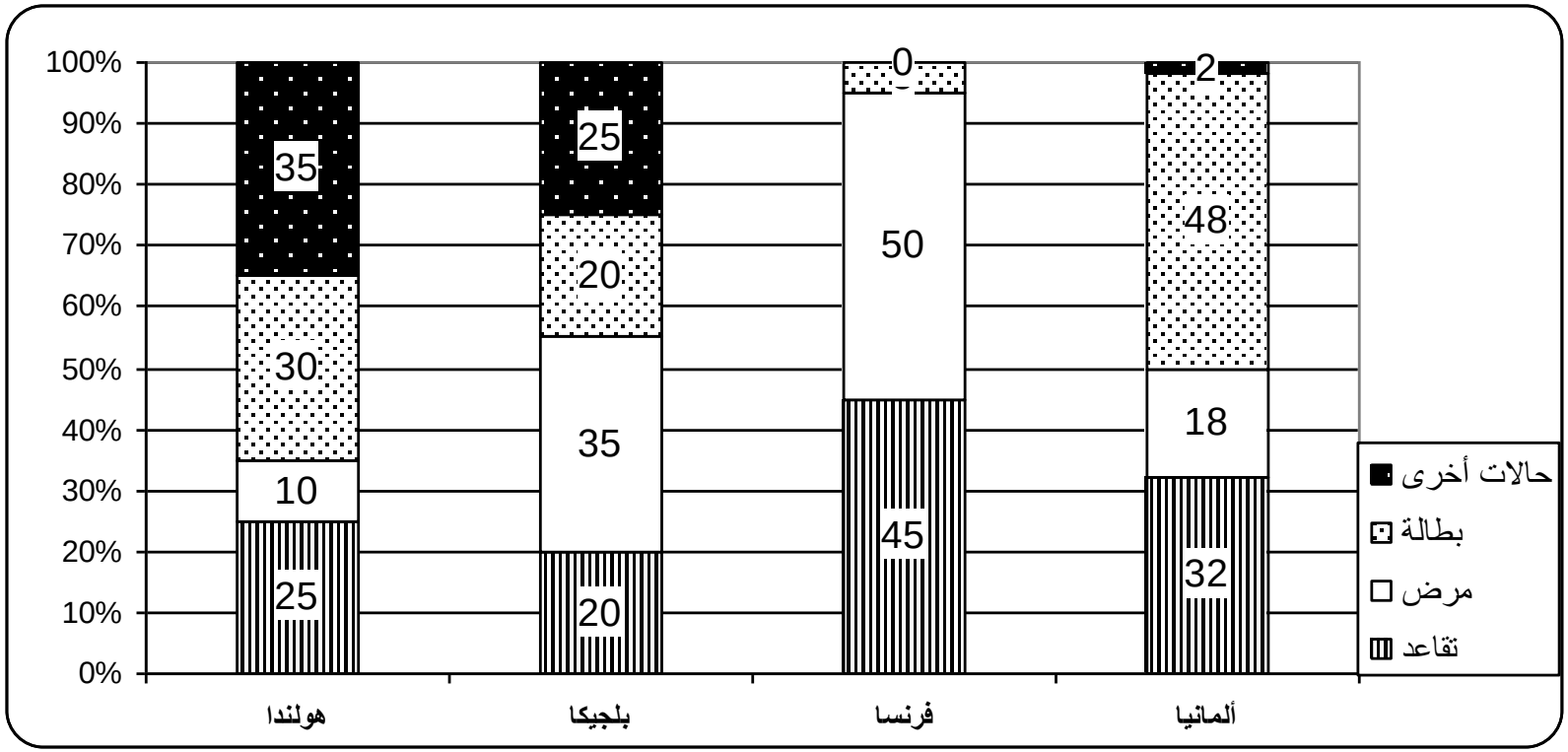
نوع الحادثة	مميتة	غير مميتة	المجموع
الوسط الحضري	1161	46749	47910
الوسط القروي	2328	16720	19048
المجموع	34489	63469	66958


60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
بالوسط القروي
بالوسط الحضري
غير مميتة
مميتة

ب. الأعمدة التراكمية:

توزيع المهاجرين العائدين من الخارج حسب دول الهجرة وأسباب العودة بإقليم الحسيمة سنة 2003 (%).

أسباب العودة / الدول	تقاعد	مرض	بطالة	حالات أخرى	المجموع (%)
هولندا	25	10	30	35	100
بلجيكا	20	35	20	25	100
فرنسا	45	50	5	0	100
ألمانيا	32	18	48	2	100



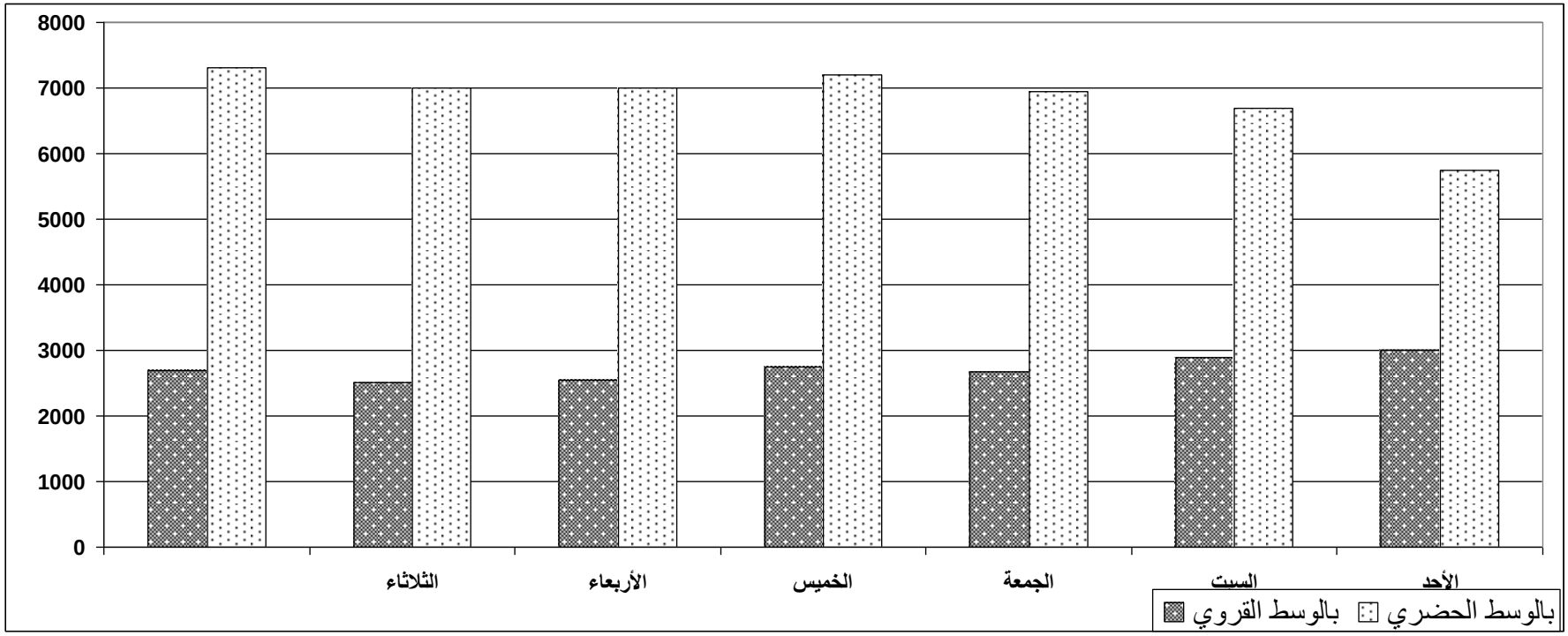
- يمكن من خلال هذا قراءة كل ظاهرة على حذا، كما يمكن قراءتها في آن واحد وإجراء المقارنة بين الظواهر المدروسة مباشرة. فمثلا في هذا الرسم نلاحظ أن أسباب العودة النهائية للمهاجرين هي البطالة التي أصبحت تعاني منها الدول الأوربية وخاصة هولندا، ووصول نسبة مهمة من المهاجرين من الجيلين الأول سن التقاعد بفرنسا.

ج. الأعمدة البيانية المزدوجة:

تستخدم **الأعمدة البيانية المزدوجة** إذا أردنا المقارنة بين ظاهرتين ومقارنة التطور بينها وهي عبارة عن عمودين متلاصقين لكل منهما قراءتين متناظرتين وكل عمود يلون بلون مختلف عن باقي الظواهر، حتى نتمكن من المقارنة بين الظواهر بسهولة.

المثال الأول: توزيع حوادث السير حسب أيام الأسبوع بالوسطين الحضري والقروي بالمغرب سنة 2009

الأيام	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
الوسط القروي	7311	7007	7009	7207	6937	6699	5740
الوسط الحضري	2687	2505	2552	2752	2669	2887	2996
المجموع	9998	9512	9561	9959	9606	9586	8736



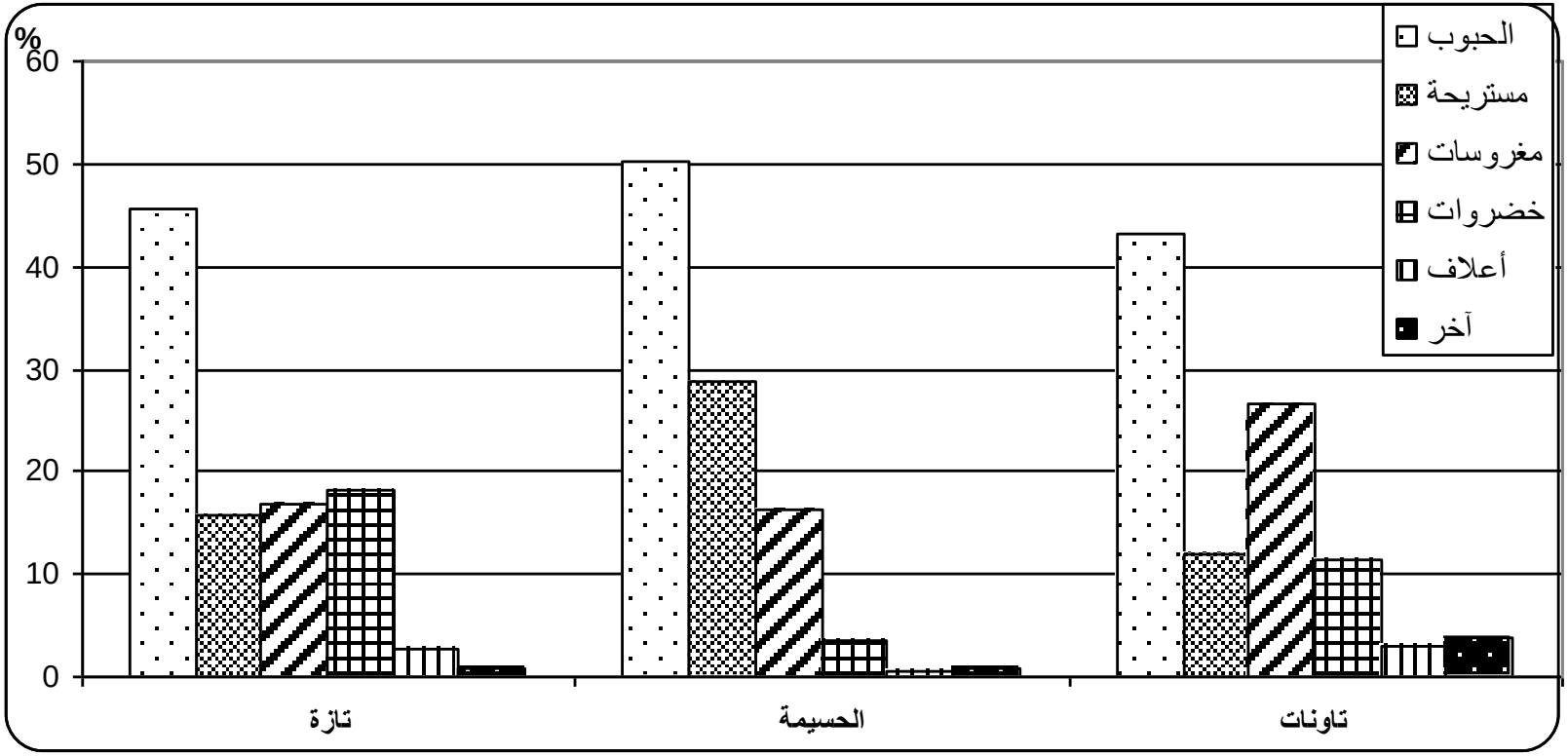
د. الأعمدة البيانية المتعددة:

تستخدم الأعمدة المتعددة إذا أردنا المقارنة بين عدة متغيرات، ومقارنة التطور بينها.

وتكون الأعمدة متلاصقة، وتلون كل متغيرة بلون مختلف عن باقي المتغيرات، حتى نتمكن من المقارنة فيما بينها بسهولة.

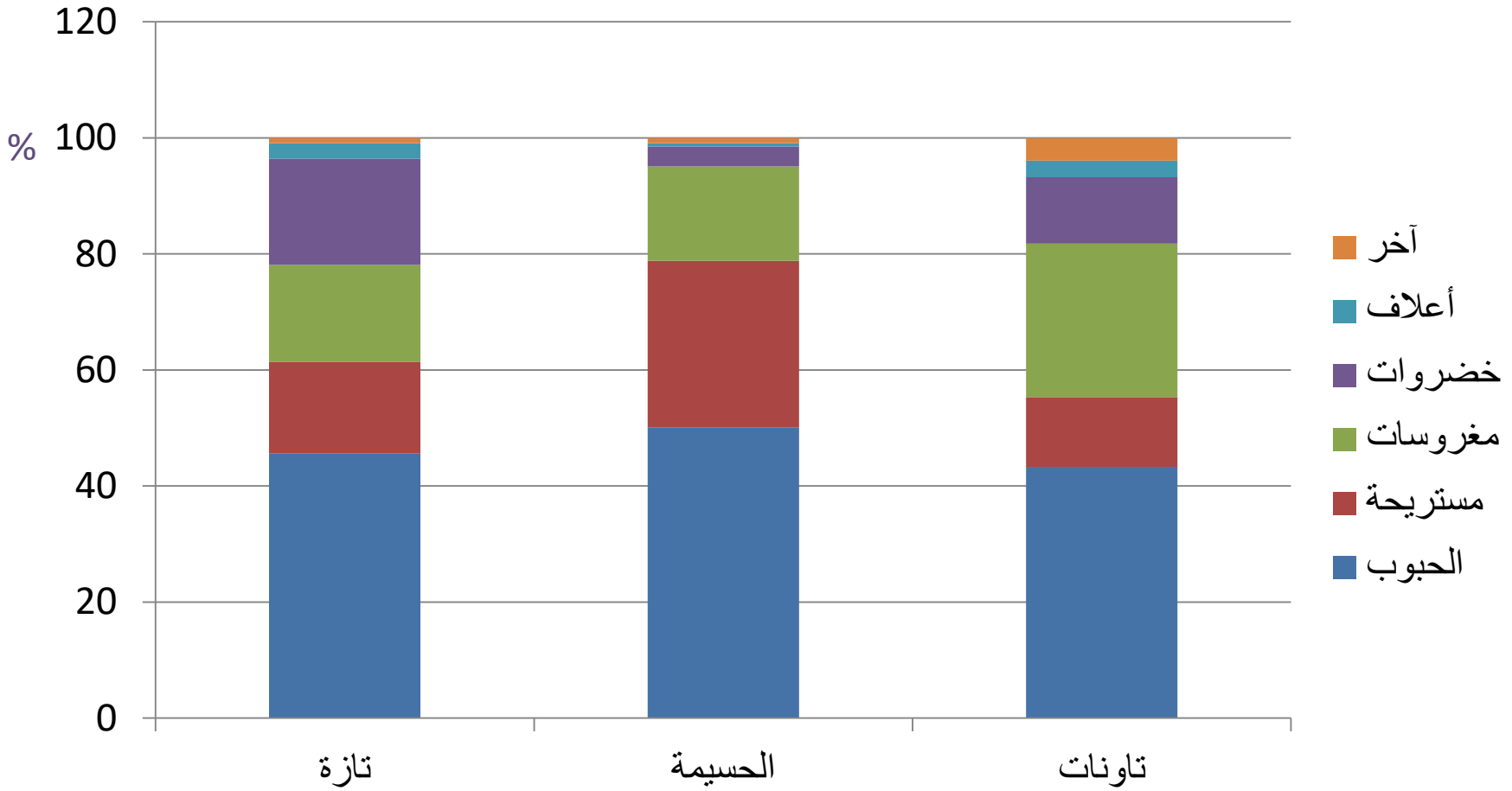
المثال الأول: توزيع الأراضي الصالحة للفلاحة بإقليم الحسيمة وتازة وتاونات (%)

الأقاليم / الانتاج	تازة	الحسيمة	تاونات	المجموع
الحبوب	45.6	50.1	43.3	45.1
مستريحة	15.8	28.7	12	15.7
مغروسات	16.7	16.3	26.5	21.4
خضر	18.3	3.4	11.4	12.9
أعلاف	2.7	0.6	2.8	2.5
آخر	0.9	0.9	3.9	2.4
المجموع	100	100	100	100



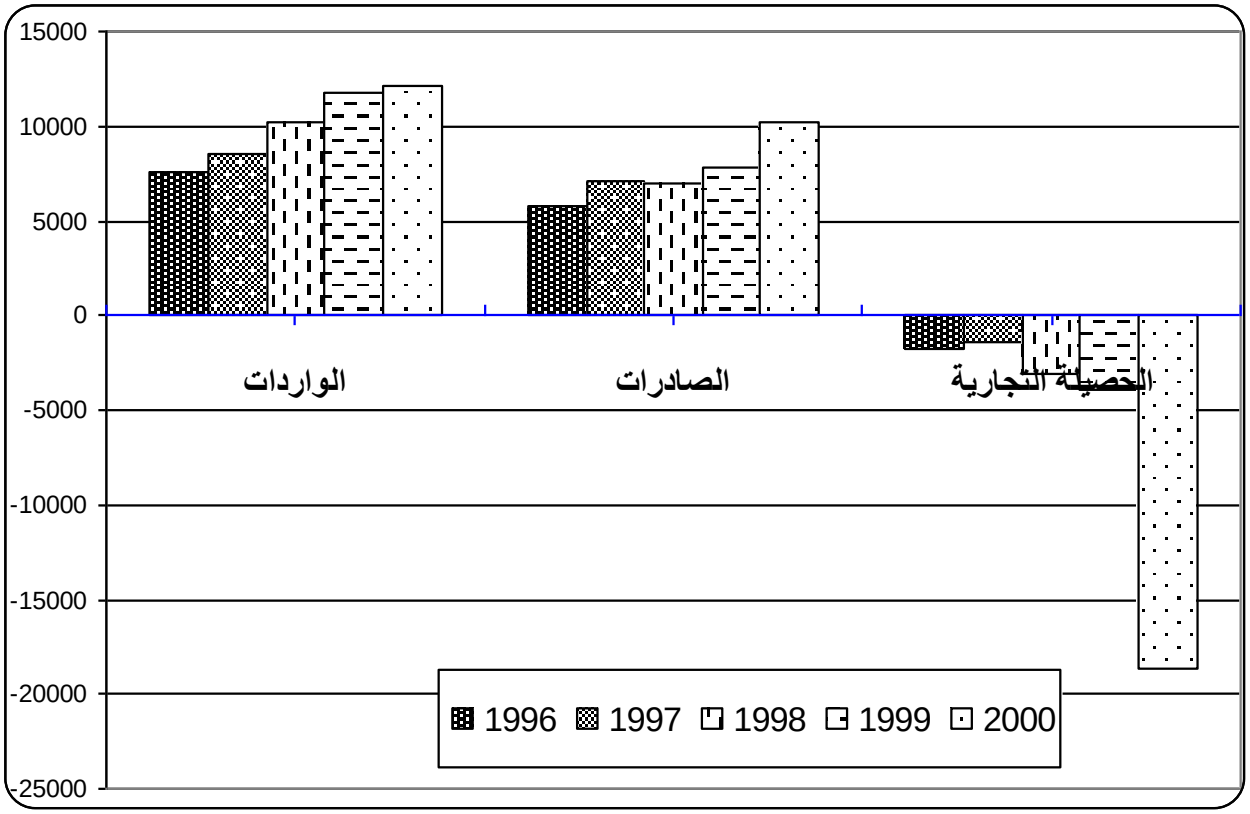
نلاحظ من خلال من هذا الشكل، أن نسبة الأراضي المخصصة لزراعة الحبوب مهمة مقارنة بالأراضي المخصصة للخضروات، ويمكن تفسير ذلك بسيادة الأراضي البورية التي تعتمد على التساقطات المطرية، وضعف نسبة الأراضي السقوية.

توزيع الأراضي الصالحة للفلاحة بإقليم الحسيمة وتازة وتاونات (%)



المثال الثاني: تطور المبادلات التجارية بين المغرب وإسبانيا ما بين سنتي 1996 و2000(بالملايين الدرهم)

السنوات	1996	1997	1998	999	2000
الواردات	7537.5	8515.9	10159.8	11771.2	12092.7
الصادرات	4761.5	7071.9	7025.8	7867.3	1220.2
الحصيلة التجارية	1775.7 -	1444 -	3134 -	3903.9 -	18712.5 -



نلاحظ من خلال المبيان أن المبادلات التجارية بين المغرب وإسبانيا عرفت تطورا ملموسا، إذ تعتبر إسبانيا الشريك التجاري الثاني للمغرب، لكن نلاحظ عجزا واضحا في الميزان التجاري لفائدة إسبانيا، لأن صادرات المغرب إلى إسبالنا ذات قيمة مالية متواضعة، وتهم المواد الأولية والمنتووجات الفلاحية والبحرية بالدرجة الأولى، في حين أن واردات المغرب من إسبانيا تتكون من التجهيزات الصناعية، وهي مواد ذات قيمة عالية مقارنة مع المواد التي تهيمن على بنية صادرات المغرب.

• 2.2. التمثيل البياني للمتغيرات الكمية المتعددة:

ا. المدرجات التكرارية لتمثيل متغيرتين:

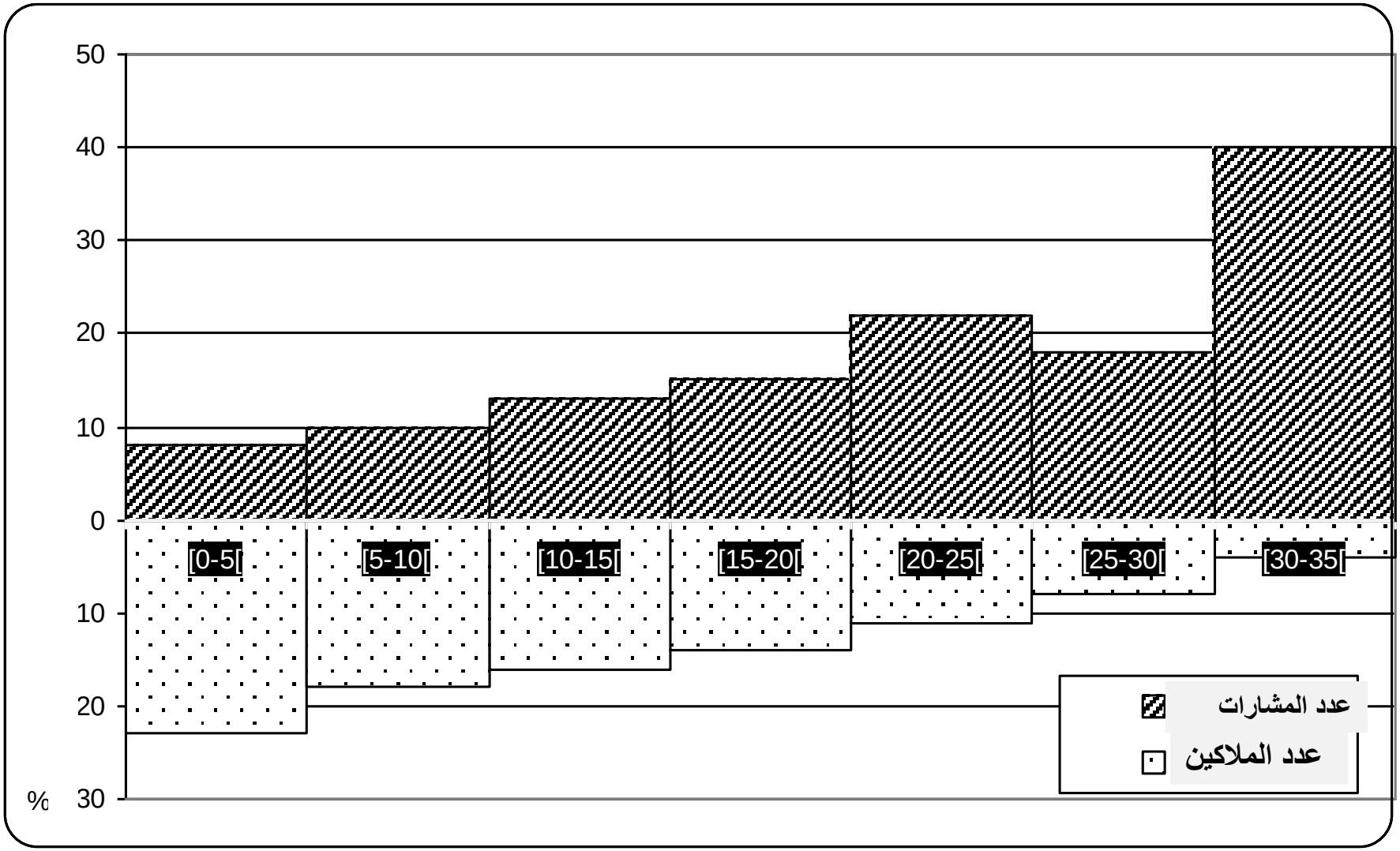
إن المدرجات التكرارية لايمثل فيها بشكل عام خاصية ومتغيرة واحدة.

لكن هناك إمكانية لتمثيل خاصيتن او أكثر في رسم بياني واحد

المثال الأول:

توزيع الملكيات الزراعية حسب نسبة السكان بقبائل الأطلس المتوسط سنة 1980

المساحة	]5 – 0]	]10-5]	]15 -10]	]20-15]	]25-20]	]30-25]	]35-30]
عدد المشارات	8	10	13	15	22	18	40
عدد الملاكين	23	18	16	14	11	8	4

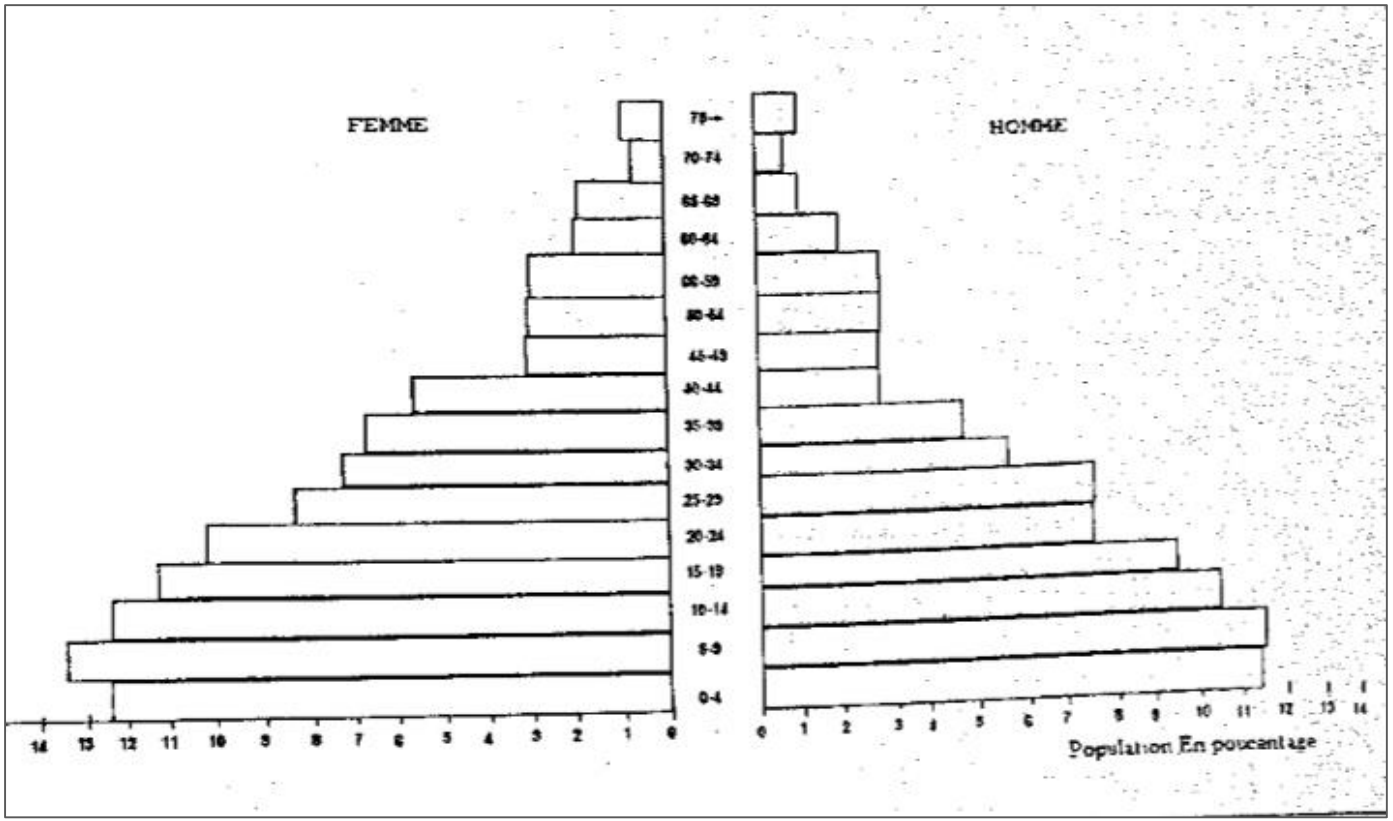


- ☜-هرم الأعمار:

- إن هرم الأعمار عبارة عن مدرجين تكرارين ملتصقان بقاعدتهما، يستعملان لوصف التركيب العمري والجنسي لسكان بلد ما. ويمكننا من معرفة فئات الأعمار وطبيعة التزايد الديمغرافي لبلد معين. فإذا كان الهرم لبلدان نامية غالبا ما تكون قاعدته عريضة ثم تتقلص بالتدريج في اتجاه الأعلى، فإن هذا يدل على ارتفاع نسبة المواليد وانخفاض نسبة الشيوخ بسبب انخفاض أمد الحياة. في حين نلاحظ العكس بالنسبة للدول المتقدمة، حيث تتقلص القاعدة ويتسع في الوسط وفي اتجاه الأعلى،وهذا يدل على انخفاض نسبة التزايد الديمغرافي وارتفاع نسبة الكهول والشيوخ بسبب تحسن الوضعية الصحية للسكان مما جعلهم يعمرون طويلا.

- توزيع سكان واد الذهب-لكويرة
- حسب السن والجنس بالوسط
- القروي سنة 2004

فئات الأعمار	الذكور	11
]5-0]	12	11
]10-5]	13	12
]15-10]	12	12
]20-15]	11	11
]25-20]	10	10
]30-25]	8	8
]35-30]	7	8
]40-35]	6	6
]45-40]	5	5
]50-45]	3	3
]55-50]	3	3
]60-55]	3	3
]65-60]	2	3
]70-65]	2	2
]75-70]	1	1
أكثرمن75	2	2
المجموع	100	100


FEMME
HOMME
75+
70-74
65-69
60-64
55-59
50-54
45-49
40-44
35-39
30-34
25-29
20-24
15-19
10-14
5-9
0-4
14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Population En pourcentage

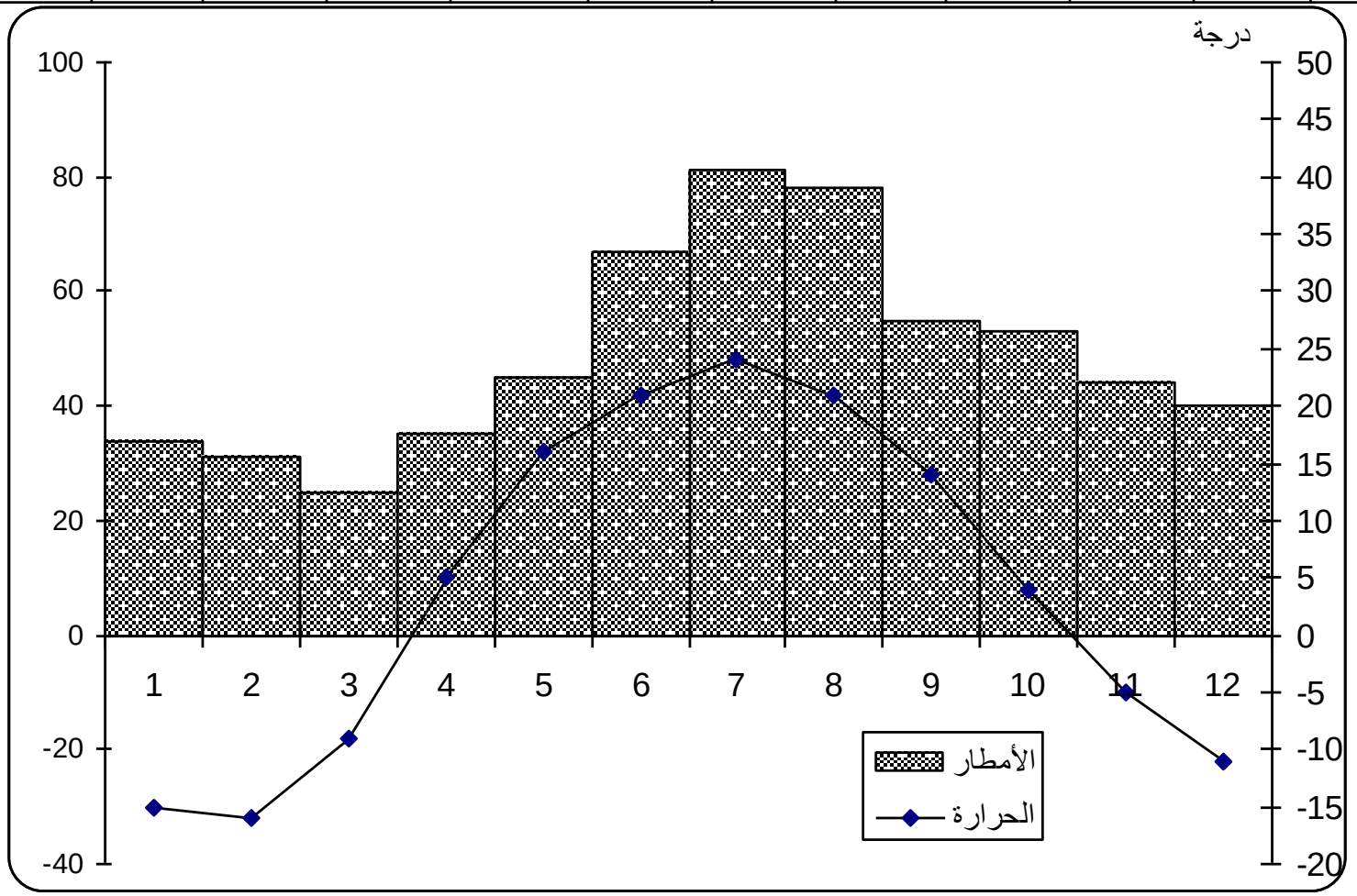
3-2- المتسلسلات الزمنية لتمثيل عدة متغيرات:

- يمكن البحث عن عدة حلول لتمثيل معطيات إحصائية متعددة على رسم بياني واحد، لكن يجب أن يكون الرسم واضحا وسهلا للقراءة والمقارنة بين الظواهر المدروسة.

كما يجب أن تكون هناك علاقة بين المعطيات الممثلة حتى لا يفقد الرسم معناه.

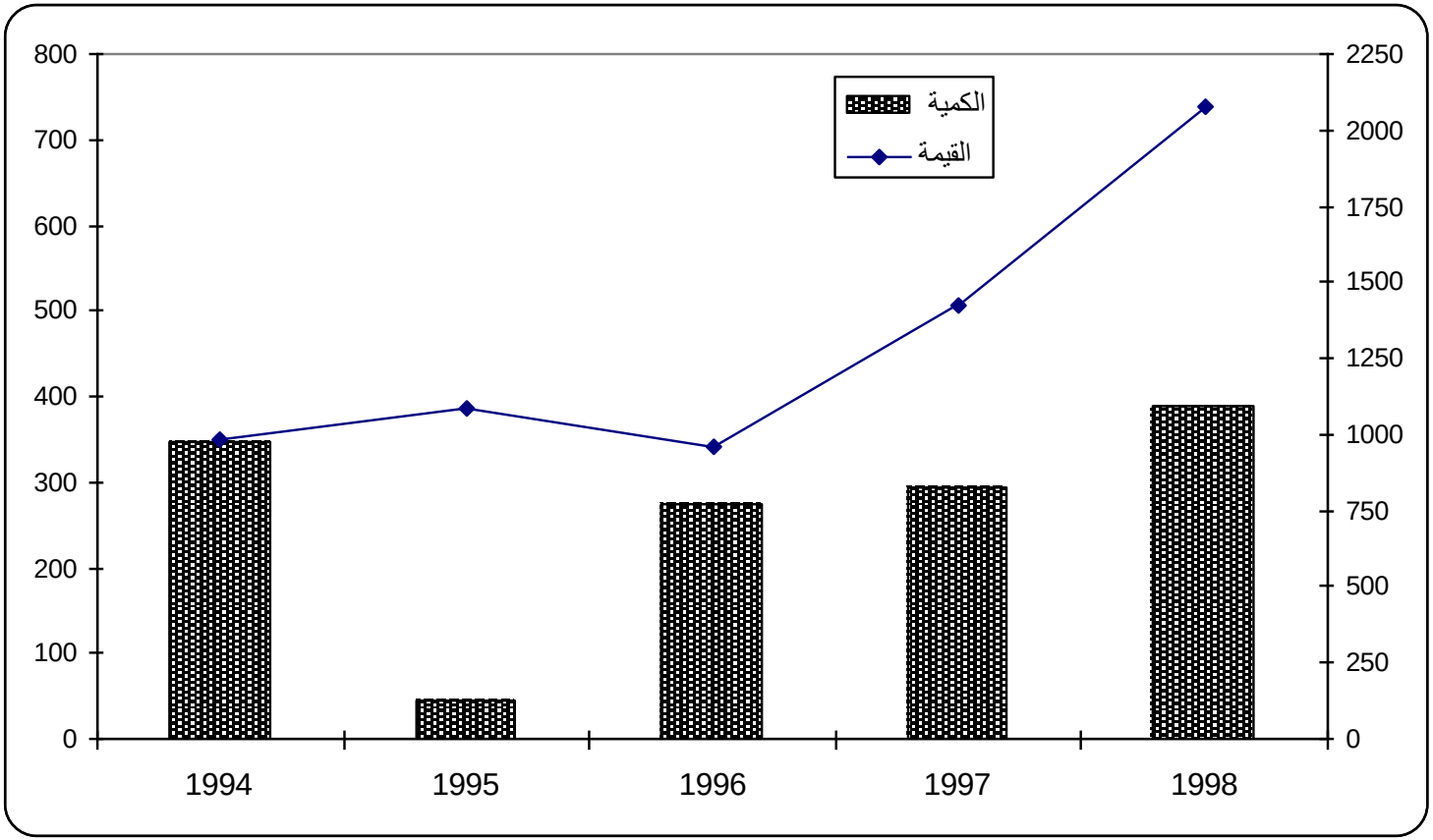
المثال الأول: توزيع درجة الحرارة والتساقطات (بملم) حسب الشهور في محطة موسكوسنة 2001

الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التساقطات	34	31	25	35	45	67	81	78	55	53	44	40
الحرارة	15 -	16 -	9 -	5	16	21	24	21	14	4	5 -	11 -



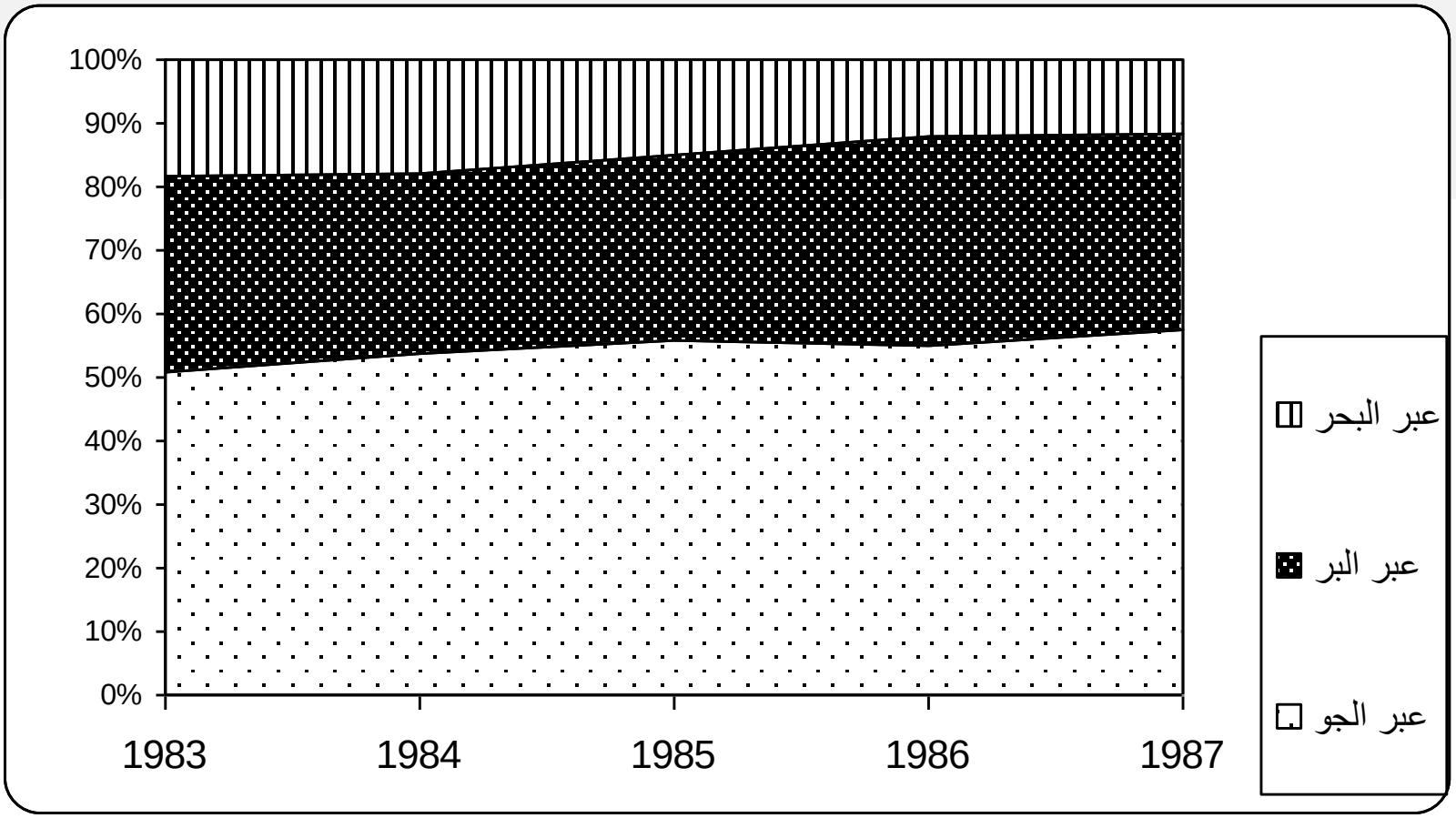
المثال الثاني: التطور السنوي لكمية(بالطن) وقيمة(الدرهم) الأسماك المصطادة بميناء كلايريس مابين سنتي 1994 و 1998

السنوات	1994	1995	1996	1997	1998
الكمية	346	406	274	294	389
القيمة	980	1085	961	1423	2080



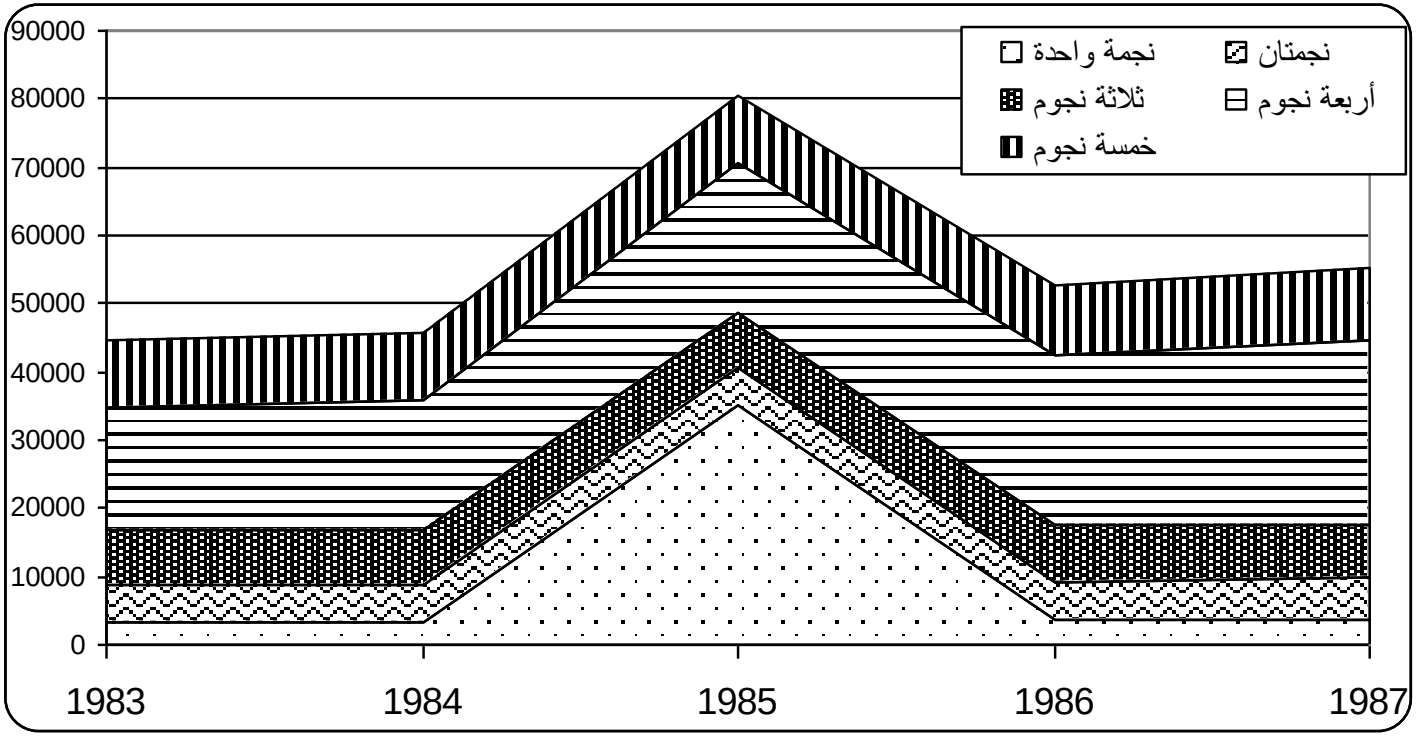
المثال الثالث: تطور توزيع توافد السياح الأجانب على المغرب حسب وسيلة النقل المستعملة(%)

السنوات	2012	2013	2014	2015	2016
عبر الجو	51	53.6	56	54.8	57.6
عبر البر	3.5	28.3	29	33.1	30.6
عبر البحر	18.5	18.1	15	12.1	11.8



المثال الرابع: تطور الطاقة الإيوائية للفنادق المصنفة حسب عدد الأسرة مدينة سياحية مغربية

السنوات	1983	1984	1985	1986	1987
نجمة واحدة	3334	3400	3428	3566	3784
نجمتان	5412	5450	5385	5568	6068
ثلاثة نجوم	7912	8150	8189	8382	7867
أربعة نجوم	18176	18164	21788	24825	26841
خمسة نجوم	9710	9710	9832	10324	10530



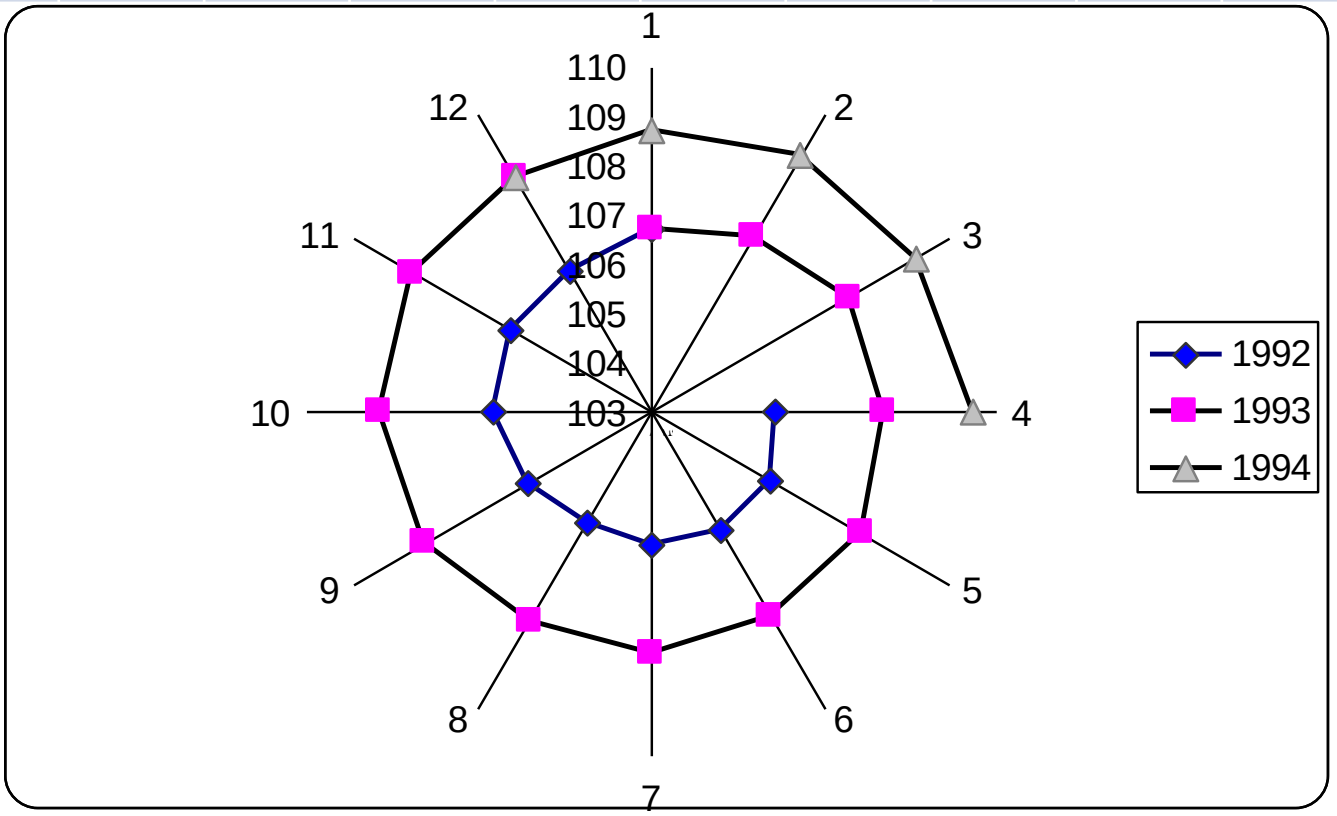
2.4. رسوم بيانية موازية لتمثيل المعطيات الإحصائية

أ. التمثيل القطبي:

- يستعمل هذا الشكل لتمثيل التغيرات التي تحدث في بيانات شهرية لظواهر مختلفة مشاهدة خلال سنتين أو أكثر، حتى نتمكن من مقارنة التغيرات لظاهرة أو ظواهر معينة.

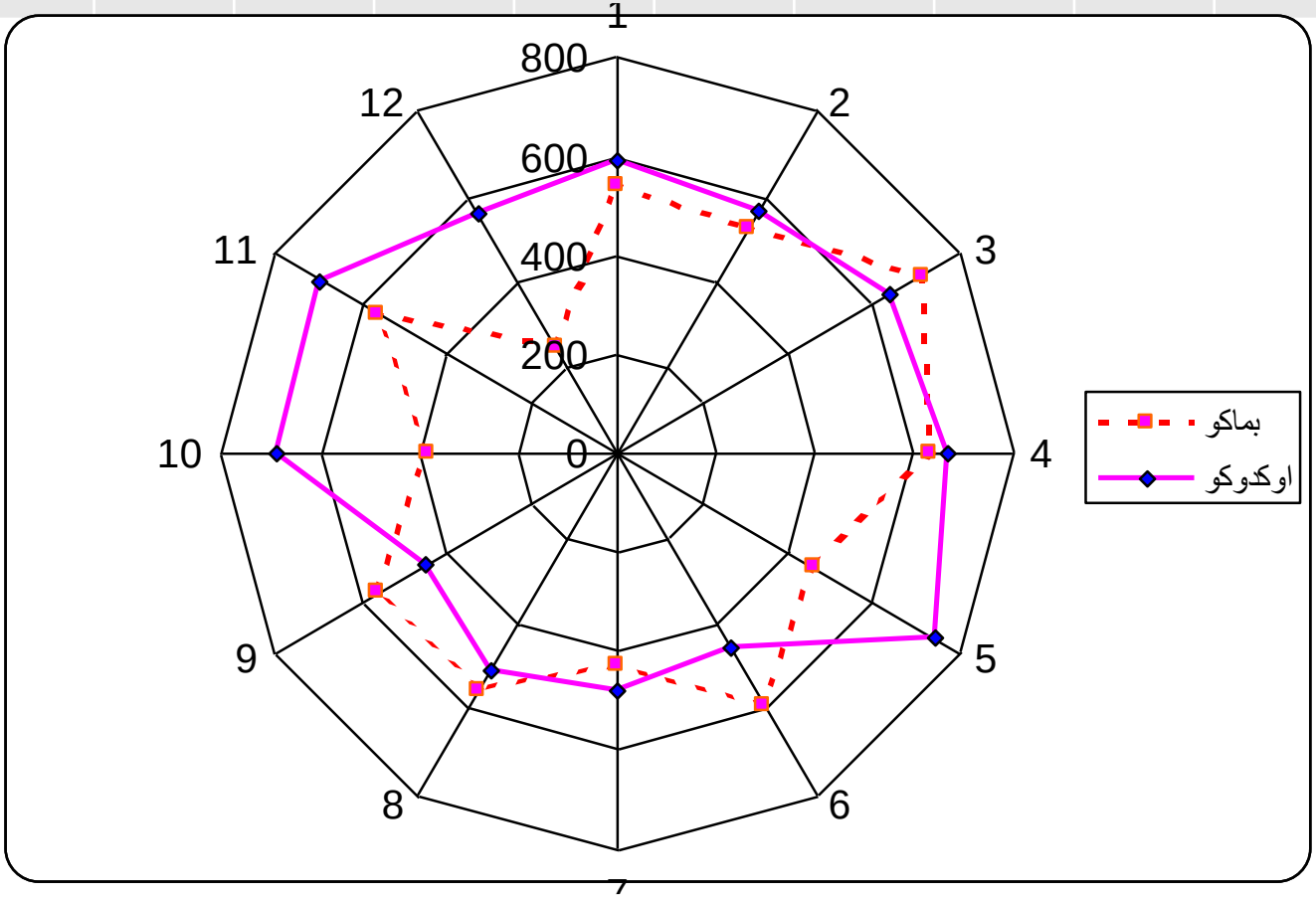
المثال الأول: مؤشر الأثمان عند الإستهلاك مابين شهري أبريل 1992 وأبريل 1994

الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1992				105.3	105.8	105.8	105.7	105.6	105.9	106.2	106.3	106.3
1993	106.7	107.1	107.6	107.7	107.9	107.8	107.9	107.9	108.3	108.5	108.6	108.5
1994	108.7	109	109.2	109.5								



المثال الثالث: التوزيع الشهري لاستهلاك الماء بباماكو وأوكادوكو

الشهور	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
بماكو	538	527	714	631	461	591	428	557	562	382	560	246
أوكادوكو	591	564	638	667	741	452	481	540	448	688	693	560



ب. التمثيل البياني على شكل مثلث Diagramme Triangulaire:

يمكننا المثلث من تمثيل النسب لخاصية تتضمن ثلاث متغيرات منها:

أ + ب + ج =100. لذا يجب رسم مثلث متساوي الأضلع.

مثال: توزيع السكان النشيطين المشتغلين حسب القطاعات الاقتصادية

القطاعات	القطاع الول	القطاع الثاني	القطاع الثالث	المجموع
(%)	31	49	20	100

- نمثل القطاع الأول على علو أو ارتفاع Hauteur CN 31%.

انطلاقا من النقطة المحصل عليها، نرسم خطا متوازيا مع AB.

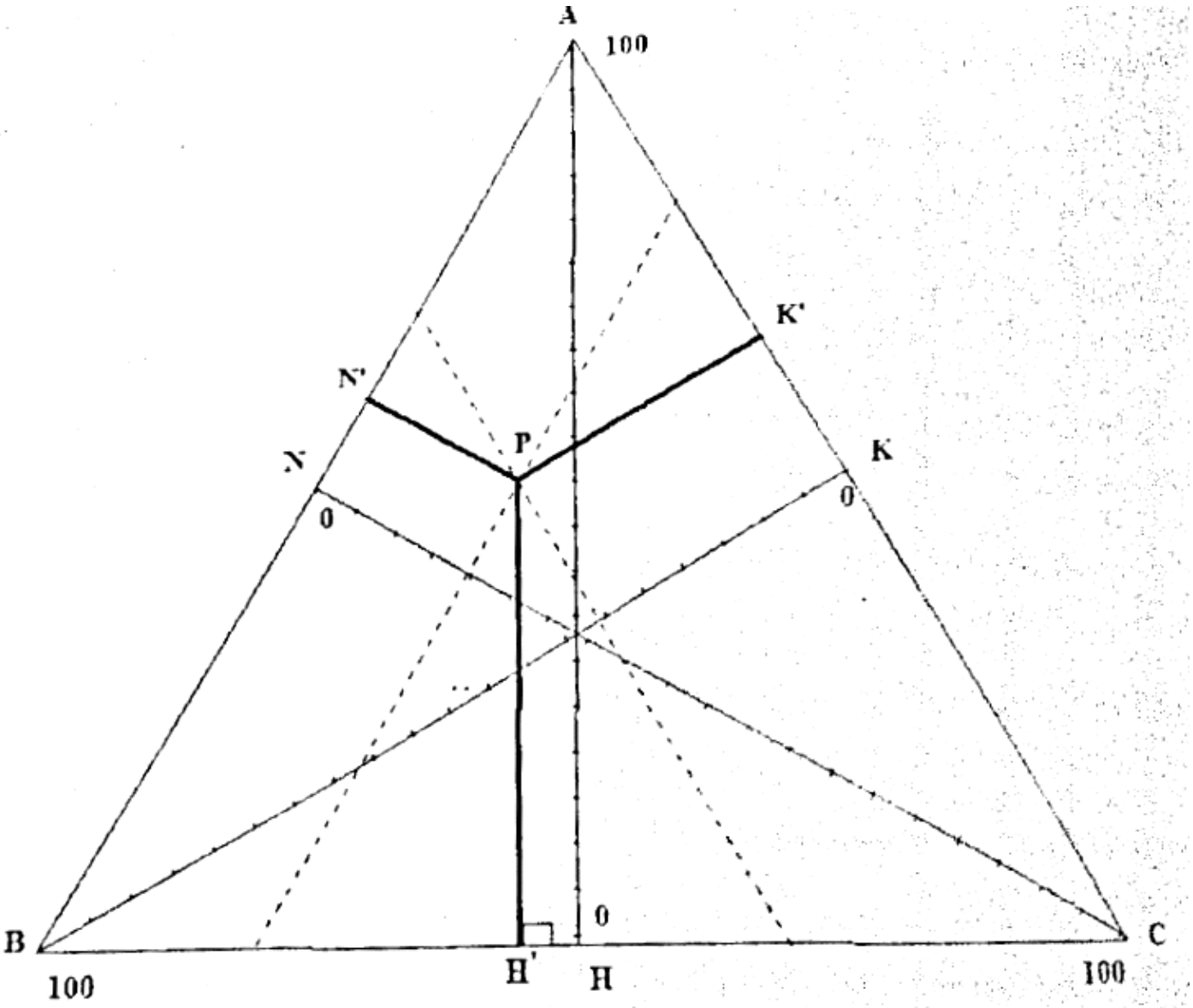
- نمثل القطاع الثاني على علو أو ارتفاع Hauteur KB 49%،

انطلاقا من النقطة المحصل عليها، نرسم خطا متوازيا مع AC.

- نمثل القطاع الثالث على علو أو ارتفاع Hauteur AH 20 %،

انطلاقا من النقطة المحصل عليها، نرسم خطامتوازيا مع BC.

- ـ تتقاطع هذه الخطوط المتوازية الأضلع عند نقطة P التي تحدد توزيع الدخل الخام لسنة 1994.
- ونرسم انطلاقا من نقطة P الزوايا القائمة للأضلع BC و AC و AB .
- **ملاحظة:** هناك طريقة أخرى تسهل علينا رسم المبيان هي: نقوم بترقيم أضلع المثل بدل استعمال الارتفاعات. وإذا أخذنا نفس المثال السابق، نرسم مثلث متساوي الأضلع 100=AC=BC=AB
- ـ نمثل على محور BC القطاع الأول
- ـنمثل على محور AB القطاع الثاني
- ـ نمثل على محور CA القطاع الثالث.
- أما نقطة P فهي نقطة التقاء الخطوط المتوازية الأضلع للمثلث.


A
100
K'
N'
P
N
K
0
0
0
B
100
H'
H
100
C

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⴰⵢⵜ ⵏ ⵜⵙⵔⵎⵡⵍⵉ ⴰ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵜ ⵜⵉⵏⵣⵓⵜⵉ - ⴹⵀⵕ ⵎⵎⵀⵔⴰⵣ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس الحادي عشرة

يوم 27 أبريل 2020

ذ. محمد حمجيق

الفصل الثالث: تحليل المعطيات الإحصائية

- بعد عملية جمع وعرض البيانات الإحصائية وتلخيصها وطرق تقديمها في جداول تركيبية ثم بواسطة الرسوم البيانية، حتى نتمكن من أخذ صورة أولية عن توزيع المعطيات وتحديد جوانبها، إلا أنه في حالات متعددة تظل هذه المعطيات غامضة وغير مفهومة والمقارنة الإحصائية بين مجموعات مختلفة تبقى محدودة، مما يستدعي تفسيرها.
- لهذا السبب وجب البحث عن مؤشرات ومقاييس أخرى لدراسة البيانات وإجراء التحليل الإحصائي. وتخضع هذه المؤشرات أو المقاييس لشروط رياضية وتحليلية لكي يتم قبولها، وتسمى بخصائص التوزيعات الإحصائية، ومن صفاتها نذكر:

- ✓ طبيعتها الاختزالية
- ✓ خضوعها للعمليات الحسابية.
- ✓ طابعها التفسيري لجانب محدد من أبعاد التوزيعات الإحصائية. كما يمكننا من توضيح وتفسير ومقارنة الظواهر الاجتماعية والاقتصادية.

ومن أهم المقاييس الإحصائية :

- مقاييس النزعة المركزية(المتوسط والوسيط والمنوال) وهي مقاييس عددية تعين موقع التوزيع، وهي مهمة في حالة إجراء المقارنة بين مختلف التوزيعات.
- مقياس التشتت، هو مقياس يركز عن مدى تشتت القيم حول القيمة المتوسطة.
- التمركز.

I- خصائص مقاييس النزعة المركزية:

تسمى بمقاييس النزعة المركزية Tendance Centrale أو مقاييس التموضع أو المقاييس الإحصائية. وقد سميت بهذه التسمية لأن بعد جمع البيانات الإحصائية في جداول غالبا ما نلاحظ أن هذه البيانات تأخذ توزيعا معينا، إذ يمكن أن تكون مركزة حول قيمة معينة أو مشتتة. بمعنى أن البيانات تميل إلى التجمع حول قيمة معينة، بينما يقل عددها كلما ابتعدنا عن هذه القيمة. وبالتالي تمكننا مقاييس النزعة المركزية (المتوسط والوسيط والمنوال) من اجراء التحليل واستخراج بعض المؤشرات الإحصائية.

- مثلا، حينما نقوم بدراسة توزيع سكان المغرب حسب الفئات العمرية، فإننا سنحاول في البداية أخذ فكرة عامة عن السكان بالمغرب، وذلك بالبحث عن متوسط السن، و السن الشائع في المجتمع، و الفئة العمرية التي تقسم مجموع السكان إلى قسمين متقايسين، بعد ذلك يمكن أن نقارن بين سكان المغرب وسكان دولة أخرى، أو سكان المغرب خلال مرحلتين زمنيتين مختلفتين.

1.1. المتوسط الحسابي البسيط La Moyenne Arithmétique

- يعرف المتوسط الحسابي رياضيا بمجموع القيم على عددها.

المتوسط = مجموع القيم / عدد القيم

- **المثال:** ☜

تكرارات كمية منفصلة.

تحديد المتوسط الحسابي(المعدل) للنقط المحصل عليها في المواد التالية بدون معامل.

الجغرافية البشرية 11- الجغرافية الطبيعية 13 –اللغة والتواصل 15 – التطبيقات 14.

المتوسط الحسابي هو= 11 + 13 +15+ 14 / 4 = 53 / 4 = 13.25.

- إذا كانت لدينا ك من القيم او المشاهدات لمتغير س.
- بحيث يكون: س1 –س2 –س3 –س4 – س5...
- فمتوسطها الحسابي س:
- س = س 1 + س2 + س3 + س4 / ك
-

- $\hat{X} = \frac{x1\ x2 + x3\ x4\ .\ .....xk}{k} = \frac{\sum xi}{k}$

- **2-1- المتوسط الحسابي المرجح خاص بمتغيرة كمية منفصلة:**

أ- المتوسط الحسابي المرجح للمتغيرة الكمية المنفصلة:

سنقدم في هذه الحالة جدولا تكراريا، بمعنى أن كل قيمة تتكرر عددا معينا من المرات.

ويمكن تسمية هذه التكرارات بالترجيحات او او زان القيم أو المعاملات.

- **المثال :** توزيع عمال شركة صناعة البلاستيك حسب عدد الأطفال سنة 1995

عدد الأطفال	عدد الأسر ni	التكرارات Xالقيم ni × xi
1	12	12
2	24	48
3	42	126
4	35	140
5	2	10
6	10	60
المجموع	125	396

- المتوسط هو 396/ 125= 3.2 طفل لكل أسرة.
- نلاحظ أن عدد الأطفال لكل أسرة يساوي رياضيا 3.2 طفل. وهذا الرقم بعيد عن الواقع، لأنه لا يمكن أن نجد أسرة عدد أطفالها 3.2. وتمثل هذه النتيجة رغم صحتها الحسابية إحدى عيوب المتوسط الحسابي.
- لهذا نفضل أن نقول متوسط الأطفال لكل أسرة يتراوح مابين طفلين وثلاثة أطفال.

- **ب- المتوسط الحسابي المرجح للمتغيرة الكمية المتصلة:**

- إن الصيغة الرياضية العامة للمتوسط الحسابي كمجموع القيم مقسوما على عددها لا يمكن تطبيقها مباشرة، لأنه ليست لدينا قيم وغنما فئات قيم . ولهذا تم اختيار وسط كل فئة كممثل عن هذه الفئة لتلعب دور القيم في الصيغة الرياضية العامة.

- **ووسط الفئة هو : $\frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأقصى للفئة}}{2}$**

المثال : توزيع ملكية الأراضي الزراعية خلال الفترة الممتدة مابين 1936 و1961.

حجم الملكية	عدد الملاكين	وسط الفئة	وسط الفئة X عدد الملاكين
]2-0]	1223323	1	1223323= 1223323x1
]4-2]	25486	3	76458= 25486x3
]6-4]	95301	5	476505= 95301x5
]8-6]	41289	7	289023= 41289x7
]10-8]	28874	9	259866= 28874x9
]15-10]	31663	12.5	395787.5 = 31663x12.5
]20-15]	19253	17.5	336927.5 = 19253x17.5
]200-20]	14860	1010	15008600 = 14860x1010
المجموع	650049		17997680

- المتوسط الحسابي = 1650049/17997680=10.9 هكتار لكل فلاح

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⵜⵉ ⵏ ⵜⵙⵏⴰⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵜ ⵜⵉⵏⵣⵔⴼⵜ - ⴹⵀⵕ ⵍⵎⵀⵔⴰⵣ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس الثاني عشر

يوم 4 مايو 2020

ذ. محمد حمجيق

- **2- الوسيط La midaiane**

إن الوسيط هو القيمة التي تقسم البيانات الإحصائية المرتبة تصاعديا أو تنازليا إلى قسمين متساويين عدديا. بمعنى أن الوسيط يحتل وسط السلسلة الإحصائية. ويكون نصف عدد القيم أصغر من الوسيط والنصف الثاني أكبر منه.

ويحدد الوسيط حسابيا حسب نوعية المعطيات الإحصائية:

- **أ- الوسيط لقيم قليلة العدد ومعزولة**
- **المثال الأول :** ☜
- **- عدد القيم فردي:**

- تمثل هذه المعطيات الرأسمال الاجتماعي بالألف الدرهم للمؤسسات المغربية التي أنشأت مابين 20 و24 أكتوبر 1995:
- 50 – 30 – 20 – 10 – 300 – 200 – 100 – 50 – 50 – 20 – 10 – 90 – 100 – 100 – 200 – 100 – 200.
- الخطوة الأولى نقوم بها هو ترتيب القيم تصاعديا:
- 10 – 1 – 20 – 20 – 30 – 50 – 50 – 50 – **0**9 – 100 – 100 – 1000 – 100 – 200 – 200 – 300.
- نلاحظ أن عدد القيم 17 وهو عدد فردين لهذا الوسيط سيكون الرقم التاسع، لأنه هو الرقم الذي يقسم عدد المؤسسات إلى مجموعتين متساويتين: بمعنى ثمانية مؤسسات أنشأت برأسمال يقل عن 90000 درهم وثمانية مؤسسات أخرى أنشأت برأسمال يفوق 90000.
- **الوسيط = 90000 درهم**

- **المثال الثاني :** ☜

- **- عدد القيم زوجي:**

- بلغت الكمية التي أنتجتها عشرة معامل للسكر بالمغرب سنة 1994 بالألف الطن كالتالي:

- 10 – 35 – 35 – 500 – 50 – 45 – 90 – 78 – 51 – 80

- الخطوة الأولى التي يجب أن نقوم بها هو ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا.

- 10 – 35 – 35 – 50 – 45 – 500 – 90 – 80 – 78 – 51

Me

- نلاحظ أنه ليست هناك قيمة محددة مسبقا مقايسة للوسيط، بل الوسيط يوجد بين القيمة الخامسة وهي(50) والقيمة السادسة وهي (51)، وفي هذه الحالة فان الوسيط هو القيمة النصفية لمجموع 50 و51:

- **الوسيط = $\frac{50 + 51}{2}$ = 50.5**

- 2

إن قيمة 50.5 تقسم عشرة معامل إلى قسمين متساويين، بمعنى أن 5 معامل تنتج أقل من 50500 طن من السكر و5 معامل أخرى تنتج أكثر من 50500 طن.

- **المثال الثالث :** ☜

- **- متسلسلة إحصائية بدون وسيط:**

- لنفترض أن أجور عمال مؤسسة صناعية تتوزع بالألف الدرهم على الشكل التالي:

- 1 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 3 – 3 – 6 – 9.

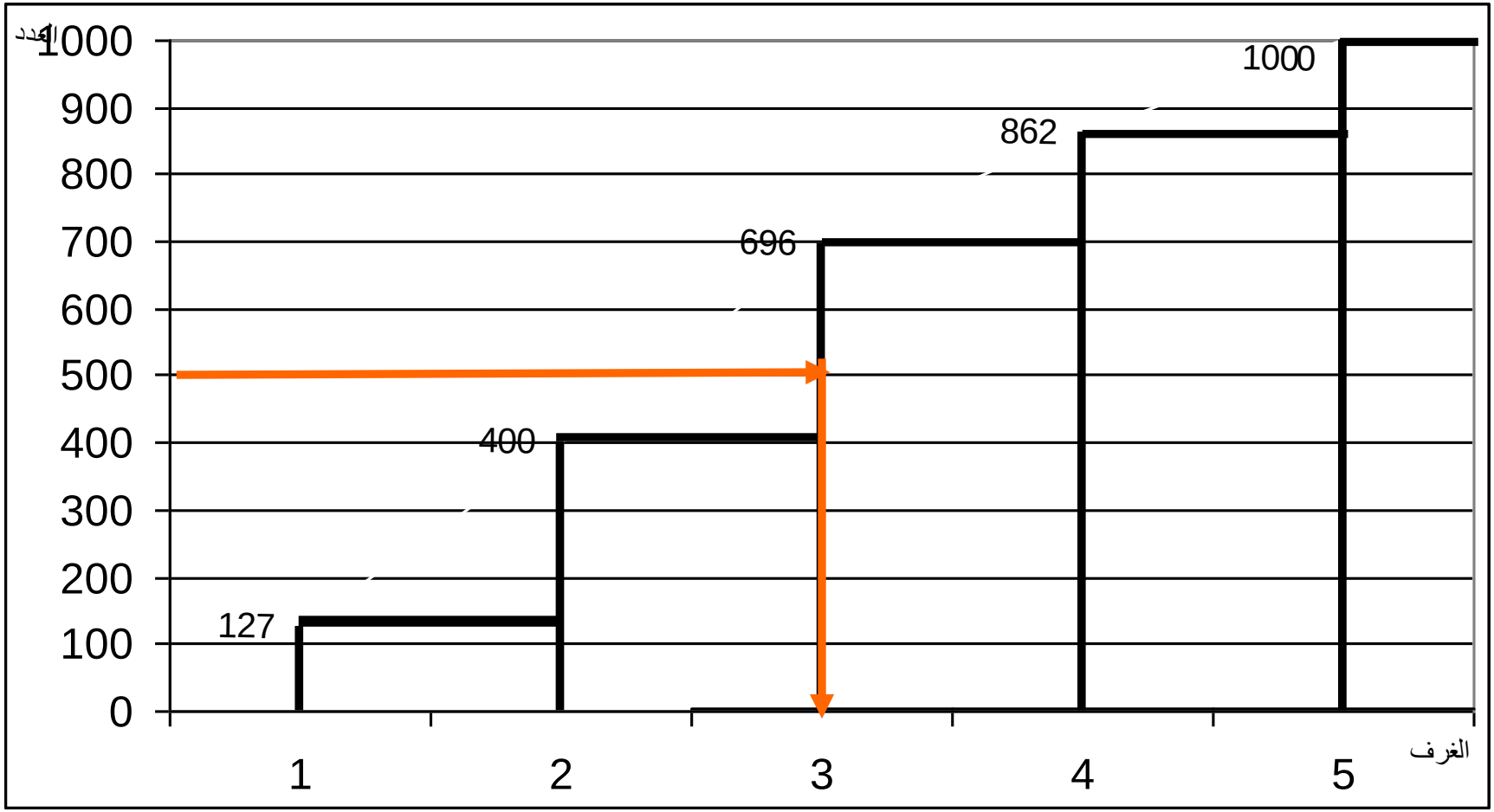
- نلاحظ أن قيمة 3 ألف درهم يقسم هذه السلسة الإحصائية إلى قسمين، لكن الملاحظ كذلك أن قيمة 3 ألف يترك لنا أربع ملاحظات على اليمين وملاحظتين فقط على اليسار، مما يدفعنا لنقول أن هذه السلسة الإحصائية لا تتوفر على القيمة الوسيطية **(بدون وسيط).**

- **ب- الوسيط لمتغيرة كمية منفصلة:**

- **المثال الرابع:** لنفترض توزيع 1000 أسرة حسب عدد الأطفال سنة 1995

عدد الأطفال Xi	عدد الأسر ni	تكرارات تراكمية تصاعديا FACA	التكرارات التراكمية تنازليا FACA
1	127	127	1000
2	273	400	873
3	296	296	600
4	166	862	304
5	138	1000	138
المجموع	1000		

- نلاحظ أن العدد زوجي (1000)، إذن **الوسيط هو** $\frac{1000}{2} = 500$
- إن قيمة 500 حسب التكرارات التراكمية تصاعديا، هي ثلاثة غرف، إذن **الوسيط هي 3غرف**
- لكن نلاحظ:
- - أن 400 أسرة تستغل مساكن تتوفر على أقل من ثلاثة غرف.
- - و 304 أسرة تستغل مساكن تتوفر على أكثر من ثلاثة غرف.



- يمكن أن نحدد من خلال الرسم البياني للتكرارات التراكمية تصاعديا، والنقطة التي تقسم السلسة الإحصائية إلى قسمين متوازين، بمعنى 50% من التكرارات أو من النسب المئوية المتراكمة تصاعديا. لهذا من خلال إلقاء نظرة بسيطة على هذا الرسم نلاحظ أن الوسيط هي المنازل التي تتوفر على ثلاثة غرف.

- **ج- الوسيط لمتغيرة كمية متصلة:**

- إن طريقة تحديد الوسيط بالنسبة للقيم الكمية المتصلة تختلف عن الطريقة التي حددنها في القيم الكمية المنفصلة، لهذا لايمكن تحديد الوسيط بطريقة دقيق.
- ولتتجاوز هذه الصعوبة فسنحاول الاستعانة بالرسوم البيانية لتبسيط وتقريب الطريقة للقارئ. ويمكن اعتماد طريقتين في تحديد الوسيط:
- التحديد بواسطة المدرجات التكرارية
- التحديد بواسطة المضلعيين التكرارات التراكمية تصاعديا وتنازليا.

- **المثال الأول:** لنفترض أن عمال مؤسسة صناعية يتوزعون حسب السن على الشكل التالي

السن Xi	التكرارات ni	تكرارات تراكمية تصاعديا FACA	تكرارات تراكمية تنازليا FACA
]25-20]	9	9	150
]30-25]	27	36	141
]35-30]	36	72	114
]40-35]	45	117	78
]45-40]	18	135	33
]50-45]	9	144	15
]55-50]	3	147	6
]60-55]	3	150	3
المجموع	150		

- **إن الوسيط =** $\frac{150}{2}$ =75 ، بمعنى 75 عامل يتراوح سنهم مابين]35 و40[سنة

$$Me = Le + \left(\frac{n/2 - FCAe - 1}{ne}\right) ae$$

- <u>حيث أن:</u>
- Le : الحد الأدنى لفئة الوسيط
- FCAe :التكرار المتجمع المطلق للفئة التي تسبق فئة الوسيط
- n : التكرار الكلي
- ne : التكرار المطلق للفئة التي تضم الوسيط
- ae :طول فئة الوسيط
- كما يمكن حساب الوسيط عن طريق التكرارات النسبية (النسبة المائوية)

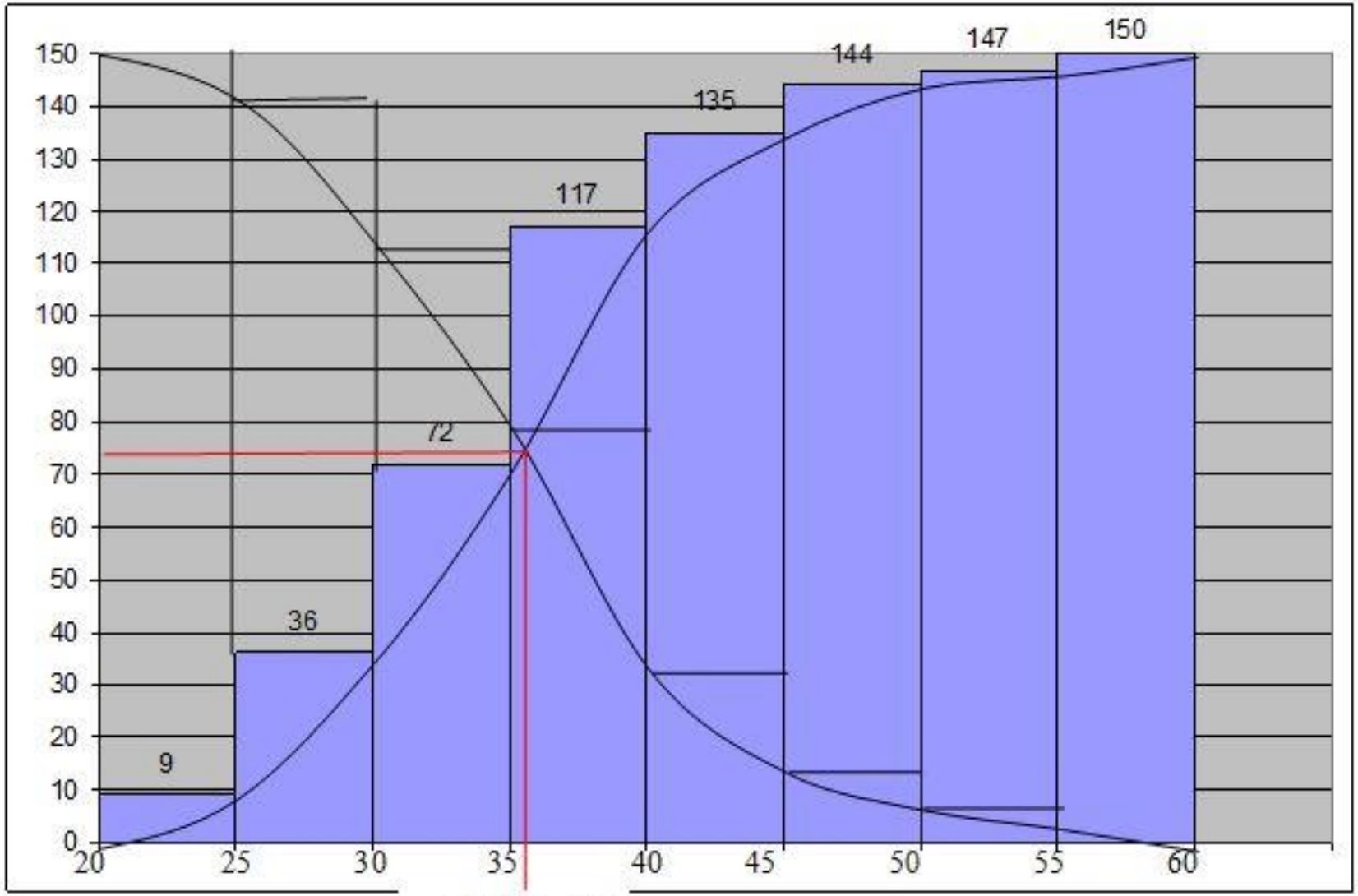
$$Me = Le + \left(\frac{50 - Fe - 1\%}{Fe(\%)}\right) ae$$

- <u>حيث ان:</u>
- الحد الأدنى لفئة الوسيط
- Le :التكرار المتجمع النسبي بقيم مئوية للفئة التي تسبق فئة الوسيط
- Fe(%) :التكرار النسبي لفئة الوسيط بقيم مئوية
- ae : طول فئة الوسيط.
- وللبحث عن الوسيط ما بين [35 – 40[نتبع الطريقة التالية:
- **الوسيط =** $35\frac{1}{3} = 35 + 5 \times \frac{3}{45} = 35 + \frac{(40-35)\times(75-72)}{117-72}$
- وإذا حاولنا قراءة المعطيات تنازليا:

- وإذا حاولنا قراءة المعطيات تنازليا:
- 33 عامل لهم على الأقل 40 سنة
- 78 عامل لهم على الأقل 35 سنة
- لذا فإن السن الوسيط الذي يقابل 75 يتراوح مابين [35 -40[سنة
- الوسيط = $\underline{1} + 35 = \underline{14} - 40 = \underline{42} \times 5 - 40 = \underline{(75 - 33)} \times (40-35)-40$

$78 - 33 \qquad 45 \qquad 3$

- وتقرا هذه المعطيات كالتالي 75 عامل يقل سنهم عن 35 سنة و 4 أشهر و 75 عامل يزيد سنهم عن 35 سنة وأربعة أشهر.



35 سنة و4 أشهر

☜ **المثال الثاني : يتوزع عمال شركة فلاحية حسب عدد ساعات العمل في الأسبوع على الشكل التالي:**

عدد الساعات Xi	عدد العمال ni	تكرارات تراكمية تصاعديا FACA	تكرارات تراكمية تنازليا FACA
]20-0]	144	144	1000
]40-20]	233	377	856
]60-40]	454	831	623
]80-60]	169	1000	169
المجموع	1000		

- إن عدد العمال الذين يشتغلون مابين]0-20[ساعة في الأسبوع يتراوح عددهم من 1 و144
-]20-40[ساعة في الأسبوع يتراوح عددهم من 145 إلى 377
-]40-60[ساعة في الأسبوع يتراوح عددهم من 378 إلى 831
-]60-80[ساعة في الأسبوع يتراوح عددهم من 832 إلى 1000

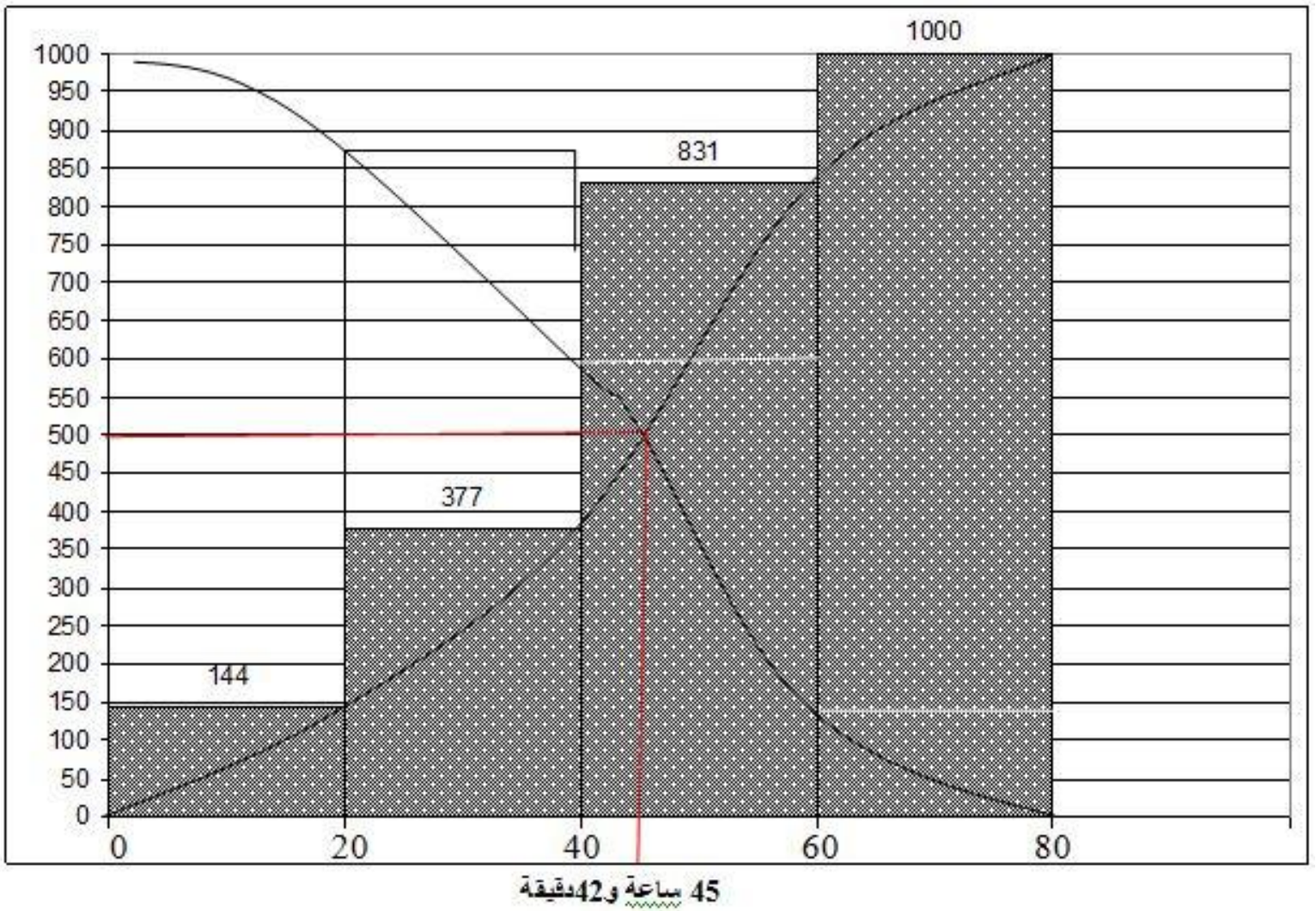
- إن عدد الساعات التي تمثل القيمة الوسيطية هو العامل الذي يحمل رقم 500، لذا فإن العامل الذي يحمل رقم 500 عدد الساعات التي يشتغلها تتراوح مابين [40 – 60[ساعة في الأسبوع.

- إذا كل العمال الذين يشتغلون مابين [40 – 60[ساعة في الأسبوع تتراوح أرقامهم مابين 377 و831.

$$\text{الوسيط تصاعديا} = 40 + (60-40) \times \frac{(500-377)}{(831-377)} = 40+20 \times \frac{123}{454} = 45.42$$

$$\text{الوسيط تنازليا} = 60- (60 - 40) \times \frac{(500 - 169)}{(623 - 169)} = 60 -20 \times \frac{331}{454} = 45.42$$

- وتقرأ هذه المعطيات كالتالي: 500 عامل يشتغلون أقل من 45.42 ساعة في الأسبوع
- و500 عامل يشتغلون أكثر من 45.42 ساعة في الأسبوع



جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⴰⵜ ⵏ ⵜⵙⵏⴰⵡⵉⵏ ⴰ ⵜⵓⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⵜⵉⵣⵔⴰⵡⵉⵏ - ⵟⵙⵡ ⵎⵓⵙⵙⴰ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس الثالث عشر

يوم 11 مايو 2020

ذ. محمد حمجيق

3. المنوال Le mode:

إن المنوال هو قيمة الفرد الأكثر تكرارا في مجموعة إحصائية معينة.

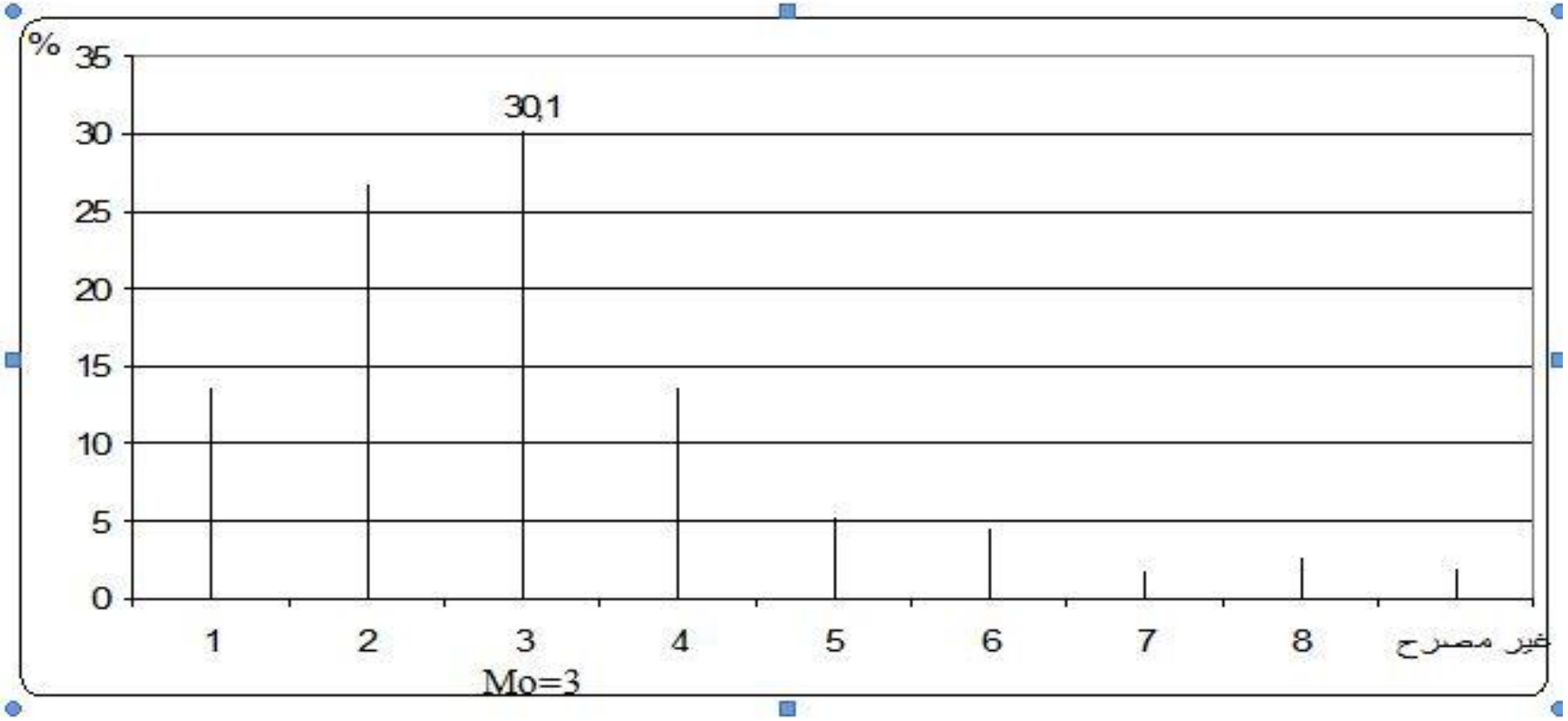
أ. قيم قليلة العدد ومعزولة:

- **المثال الأول:** 4 -8- 4 – 7 – 5 – 4 – 6 – 3 – 4 ، المنوال هو 4 لأنه تكرر خمس مرات.
- **المثال الثاني:** 19 -18–25–19–18– 24- 18– 19. المنوال هما 18 و19 وقد تكررا ثلاث مرات.
- **المثال الثالث:** 5 – 3 – 4 – 7 – 14 – 10، ليس هناك منوال لأنه ليست هناك قيمة سائدة.
- **المثال الرابع:** 2 – 18 – 2 – 3 – 5 – 3 – 6 -6 – 6 -14، القيم السائدة هي : 2-3-6، وكلما تجاوز عدد القيم السائدة اثنان لايمكن اعتبار أي منوال.
- المنوال لمتغيرة كمية منفصلة:

ب. المنوال لمتغيرة كمية منفصلة:

☜ **المثال الخامس:توزيع الأسر المغربية حسب عدد الغرف في المسكن حسب الإحصاء العام للسكان والسكن 2004**

عدد الغرف	النسبة %
1	13.6
2	26.8
3	30.1
4	13.6
5	5.2
6	4.4
7	1.7
8	2.5
غير مصرح	1.9
المجموع	100



إن السكن الأكثر تكرارا هو السكن المتكون من ثلاث غرف، حيث تسكنه حوالي 30.1% من مجموع الأسر بالمغرب. في هذه الحالة 3 غرف هي الأكثر انتشارا، لذا فهي تمثل المنوال، لن نسبة ثلاث غرف تمثل اكبر النسب.

ب. المنوال لمتغيرة كمية متصلة

المثال الأول:

توزيع سكان المغرب حسب السن

سنة 2004

فئات السن	عدد السكان
]5-0]	2924464
]10-5]	3055158
]15-10]	3281000
]20-15]	3148590
]25-20]	2947700
]30-25]	2482273
]35-30]	2203371
]40-35]	1891551
]45-40]	1860474
]50-45]	1489679
]55-50]	1227188
]60-55]	759563
]65-60]	740891
]70-65]	535064
]75-70]	1133103
المجموع	29680069

(الاحصاء العم للسكانوالسكن سنة 2004)

- يمكن الحصول على الفئة المنوالية بسهولة في متغيرة إحصائية كمية متصلة، وذلك بالبحث عن الفئة التي يقابلها أكبر تكرار. وتتمثل في الجدول الذي بين ايدينا في فئة[10 – 15[. ولكن لمعرفة قيمة المنوال بشكل دقيق نستعمل المعادلة التالية:

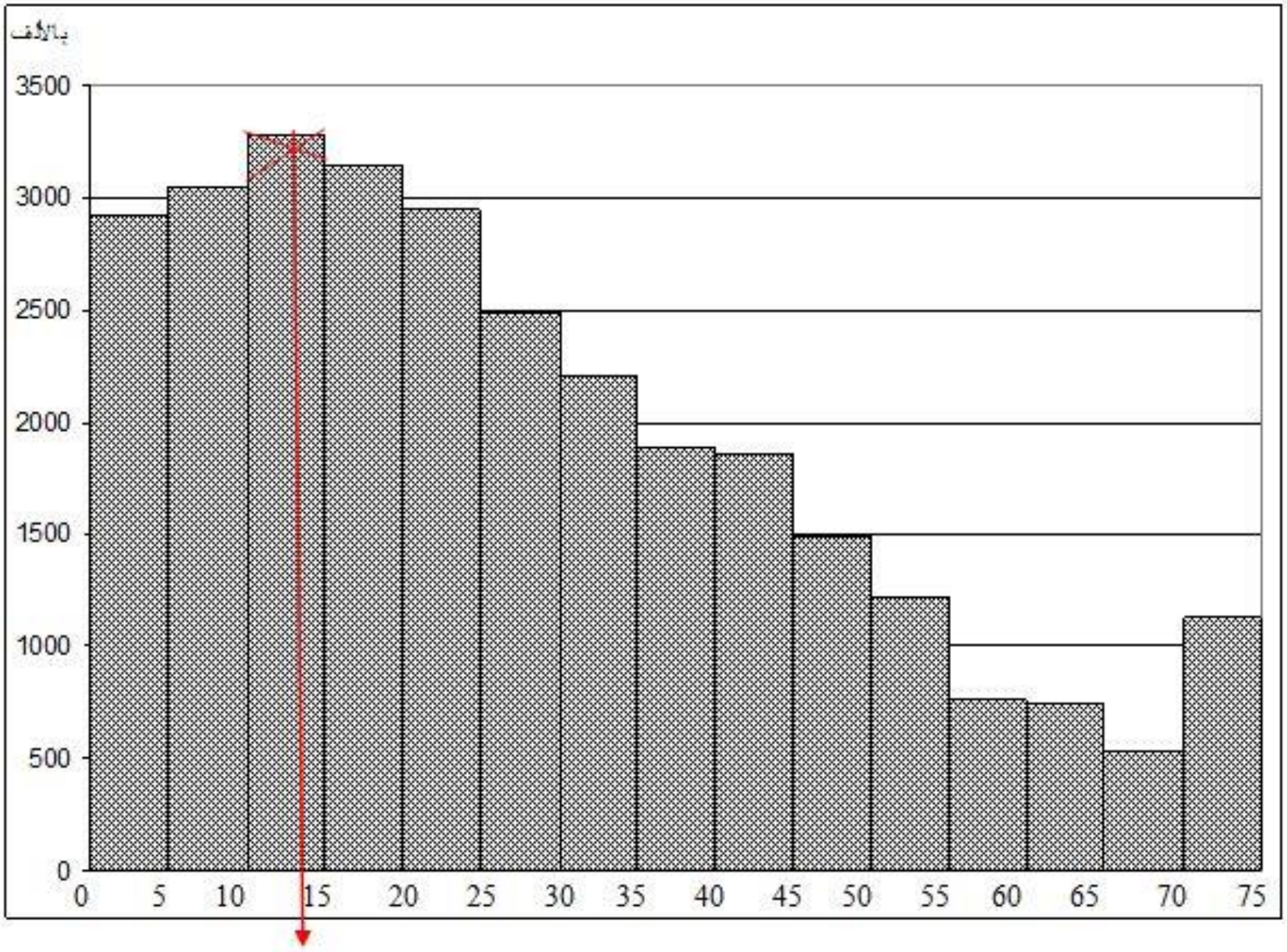
$$L1 + \frac{d1}{d1+d2}(L2-L1)$$

- L1 = Borne inférieure de la classe modale الحد الأدنى للفئة المنوالية

- L1 = Borne inférieure de la classe modale الحد الأدنى للفئة المنوالية -
- L2 =Borne supérieure de la classe modale الحد الأعلى للفئة المنوالية
- D1= escedent d'effectif de la classe modale الفرق الأدنى للفئة المنوالية
- D2= escedent d'effectif de la classe modale الفرق الأقصى للفئة المنوالية
- Par rapport à l'effectif de la classe supérieur
- le plus proche
- L1 = 10 - L2 = 15
- L1 – L2 = 5
- d1 = 3281000 – 3055158 = 225842
- d2 =3281000 – 3148590 =132410

$$\text{المنوال} = (10-15)\frac{225842}{132410+225842} + 10 = 5 \times \frac{225842}{358252} + 10 = 13.15$$

تعتبر 13.15 سنة نظريا، هي الفئة الأكثر تكرارا بالنسبة لمجموع سكان المغرب الذين يقدر عددهم بحوالي29680069 نسمة.



المنوال = 13.15 سنة

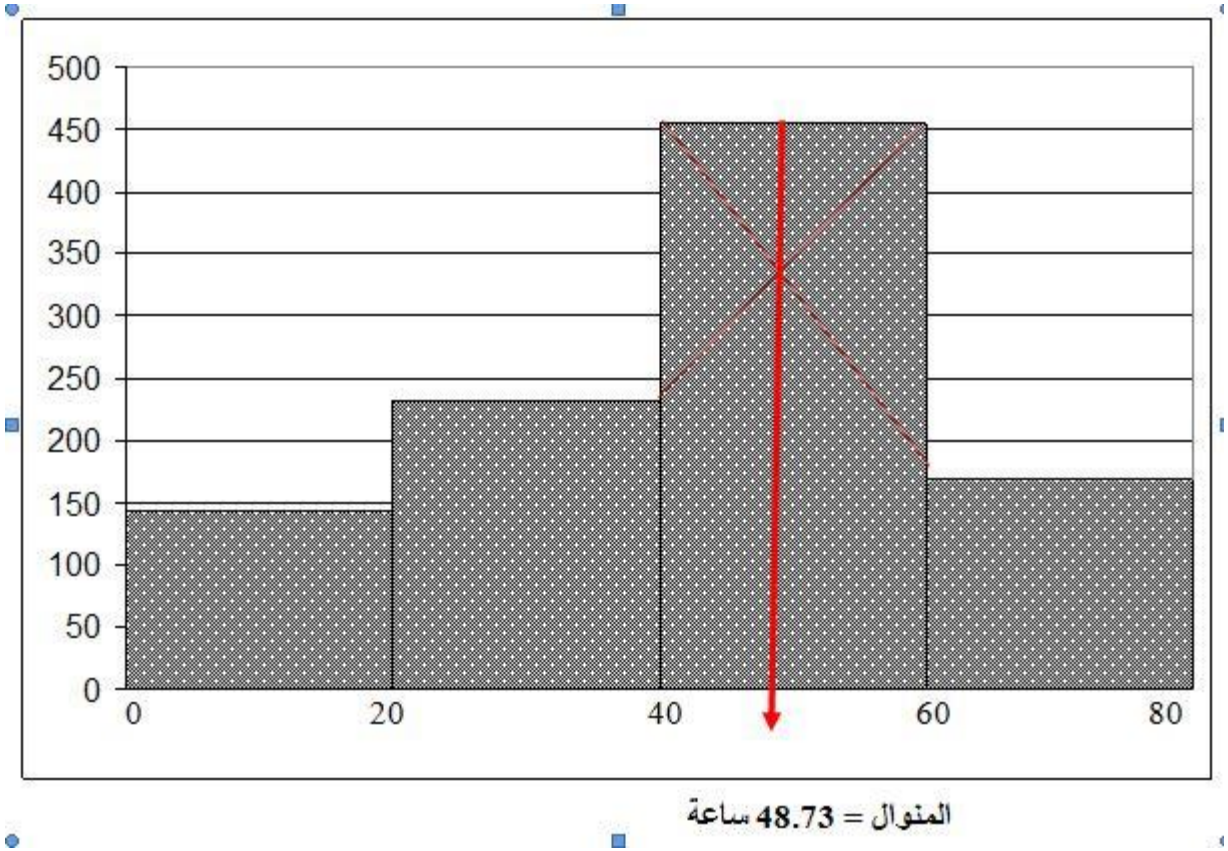
المثال الثاني: توزيع العمال حسب عدد ساعات العمل في الأسبوع.

عدد الساعات Xi	عدد العمال ni
]20-0]	144
]40-20]	233
]60-40]	454
]80-60]	169
المجموع	1000

$$\text{المنوال} = L1 + \frac{d1}{d1+d2} \times (L2-L1)$$

$$\text{المنوال} = 20 + \frac{40}{221+285} \times 221 = 48.73$$

تعتبر 48.73 ساعة في الأسبوع نظريا، هي عدد الساعات التي تشتغلها الفئة الأكثر تكرارا ألا وهي 454 عامل في الأسبوع.



ملاحظة هامة: قبل تحديد المنوال يجب التأكد من تقايس أطوال جميع الفئات. وإذا كانت هناك فئة أو فئات ذات طول مختلف يجب تعديل التكرار أو التكرارات الخاصة بها مثلما قمنا به بالنسبة لرسم المدرجات التكرارية للمعطيات الإحصائية المبوبة بفئات غير متقايسة الطول.

خاتمة: إن المتوسط الحسابي هو قيمة المتغير التي تمثل مركز جاذبية التوزيع، وأن الوسيط هو القيمة التي تقسم التوزيع إلى نصفين متقايسين وأن المنوال هو القيمة التي تحدث عندها قمة التوزيع.

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⴱⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية الآداب و العلوم الإنسانية –ظهر المهراز
ⵜⴰⵖⵡⵍⵜ ⵏ ⵜⵙⴰⵡⵉⵍⵉ ⴰ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵍⵉ ⵜⵉⵏⵣⵓⵍⵉ - ⵟⵙⵡ ⵡⵎⵙⵙⴰ
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines - Dhar El Mahraz

الإحصاء والتعبير البياني

الدرس الرابع عشر

يوم 18 مايو 2020

ذ. محمد حمجيق

II. قياس التشتت:

- كان اهتمامنا في الفصول السابقة موجها إلى كيفية تلخيص عدد كبير من البيانات الرقمية تلخيصا يساعد على فهمها وتحليلها إحصائيا، ثم محاولة البحث عن قيمة واحدة يمكن أن توصف بها هذه البيانات وهي تلك القيمة التي نعتقد أن القيم الأخرى تميل إلى التركز حولها. ولكن أي متوسط لا يكفي وحده لقياس هذا الاتجاه نحو التركز، لذلك نكون في حاجة إلى ثلاث أنواع أخرى من المقاييس حتى نستطيع أن نصف التوزيع التكراري وصفا كاملا وحتى يمكن مقارنته بتوزيع تكراري آخر. هذه المقاييس الثلاث هي:
- أولا : مقياس يقيس لنا مدى تباعد أو تركز القيم حول القيمة المتوسطة، وبمعنى آخر مدى بعثرة القيم أو اختلافها أو تشتتها.
- ثانيا : يقيس لنا درجة تماثل القيم حول القيمة المتوسطة.
- ثالثا : يقيس لما درجة تفرطح التوزيع، وبمعنى آخر درجة تجمع القيم عند القيمة المنوالية.

- **أهمية قياس التشتت:**

- إن التشتت صفة هامة من صفات أي مجموعة من البيانات الرقمية، فلا يمكن أن نتصور تساوي أطوال جميع الطلبة أو أوزانهم أو أعمارهم، كما لايمكن ان نتصور تساوي الانتاج في جميع المؤسسات الصناعية، او تساوي دخول جميع أفراد المجتمع... . ولهذا فإن القيمة التي نعتبرها ممثلة لمجموعة من القيم لا بد وان تكون مصحوبة بقيمة أخرى تقيس لنا مدى تباعد القيم او قربها من هذه القيمة، بحيث إذا كبر هذا المقياس إلى درجة بشكل كبير فإن المتوسط يفقد أهميته كقيمة ممثلة، أما إذا صغر مقياس التشتت تزداد أهمية المتوسط كقيمة ممثلة، فيمكننا الاعتماد عليه في بحثنا لهذه البيانات بحثا إحصائيا.

1. المدى أو الفرق المطلق L’intervalle de variation ou étendu

" **إن المدى هو الفرق بين أكبر قيمة واصغر قيمة في المجتمع الإحصائي**". مثلا لو أحصينا أجور مائة عامل، فابسط مقياس التشتت بين أجور هؤلاء العمال هو الفرق بين العامل الذي يتقاضى أكبر أجر والعامل الذي يتقاضى أصغر أجر. فكلما زاد المدى أو الفرق بين هذه الأجور إلا وزاد عدم التجانس، أي زاد تشتت المجموعة والعكس كلما نقص المدى.

ومن عيوب هذا المقياس عدم دقته حيث يتوقف على قيمتين فقطن فلو تصادف مع قيم شاذة أصبح المدى لايعبر تعبيرا دقيقا عن التشتت بين البيانات. ولهذا فبالرغم من بساطة هذا المقياس إلا أننا لا نستطيع أن نعتمد عليه في قياس التشتت أو في مقارنته بين مجموعات مختلفة.

- **1-1- قياس المدى في حالة المتغيرات الكمية المنفصلة:**

- **المثال الأول:**

- توزيع النقط التي حصل عليها بعض طلبة الفصل الثاني جغرافية في مادة الإحصاء حسب الأفواج

- الفوج الأول: **2 – 2 – 2 – 10 – 18 – 18 – 18 - 18**

- الفوج الثاني: **9 – 9 – 9 – 9 – 10 – 11 – 11 – 11 - 11**

- أول ملاحظة يمكن استنتاجها هي أن السلسلتين الإحصائيتين لهما نفس **المتوسط الحسابي** ونفس **الوسيط** وهو " **10** "، ولكنهما يختلفان من حيث **المدى أو الفارق المطلق**.

- والملاحظة الثانية هي أن نقط الفوج الأول مشتتة، حيث نجد طلبة دون المستوى نقطهم "2" وطلبة متفوقون نقطهم "18".
- أما بالنسبة لطلبة الفوج الثاني فمستوياتهم متقايسة نسبيا، حيث تتراوح نقطهما بين "9 و 11".
- المدى بالنسبة للفوج الأول = 18 – 2 = 16 è
- المدى بالنسبة للفوج الثاني = 11 – 9 = 2 é
- ونلاحظ أن نقط الفوج الأول أكثر تشتتا من نقط الفوج الثاني، بمعنى أن الفوارق بين القيم في الفوج الأول أكبر مما هي عليه في الفوج الثاني.

- **المثال الثاني:** ☜

- توزيع أجور موظفو إدارة مركزية بالدرهم

- 6000 - 8000 - 10000 - 12000 - 14000 - 50000

- إن المدى أو الفرق المطلق للأجور هو: 50000 – 6000 = 44000.

ونلاحظ أن الفرق واسع جدا بين أجور الموظفين حيث هناك قيمة متطرفة وهي "50000" درهم، بينما أغلب القيم ممركزة حول القيمة "10000" درهم. ولهذا فالتشتت المحسوب على أساس الفرق المطلق خاطئ لأنه يأخذ بعين الاعتبار قيمة شاذة وهي " 50000"

- **2-1- قياس المدى في حالة متغيرة كمية متصلة:**

- إن المدى أو الفارق المطلق بالنسبة للمتغيرات الكمية المتصلة هو الفرق بين القيمة الأخيرة في الفئة العليا والقيمة الأولى في الفئة الدنيا:

- توزيع السكان النشيطين بالمغرب الذين يتراوح سنهم مابين 20و 60سنة حسب الإحصاء العام لسنة2004

المثال: توزيع السكان النشيطين بالمغرب الذين يتراوح سنهم مابين 20و 60سنة حسب الإحصاء العام لسنة2004

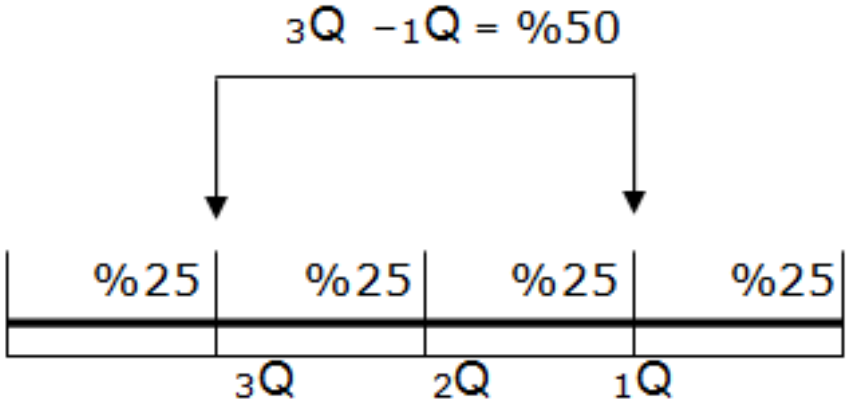
فئات السن	عدد السكان
]25-20]	1322052
]30-25]	1057906
]35-30]	884638
]40-35]	71080
]45-40]	700843
]50-45]	552841
]55-50]	489794
]60-55]	321842
المجموع	6040596

المدى = 60 – 20 = 40سنة = é

- **2- الانحراف التكسيري L’intervalle interquartile**
- يعرف الانحراف التكسيري بالفرق بين:

التكسير الأخير(Q3) والتكسير الأول(Q1) (Q1-Q3).

- ومن مميزات هذا المقياس كونه لا يأخذ بعين الاعتبار القيم المتطرفة.
- و حسب نوعية وحجم المعطيات الإحصائية يمكن اختيار الفوارق التالية كمقاييس للتشتت:
- - الانحراف الربيعي = الربيع الثالث – الربيع الأول.
- - الانحراف العشري = العشير التاسع – العشير الأول.
- ومن خصائص هذه المقاييس أنها لاتأخذ نسبة معينة من القيم. فالانحراف الربيعي يأخذ بعين الاعتبار 50% من القيم، والانحراف العشري 80% من القيم



نلاحظ من خلال هذا الرسم أن $Q_3 - Q_1 = \%50$ ، بمعنى أننا تخلصنا من 25% من القيم الكبرى و 25% من القيم الصغرى، مما يجعلنا نشتغل على 50% من القيم فقط وهي مركز التوزيعات، بمعنى أننا تخلصنا من القيم الشاذة.

• 2.1. المدى الربيعي في حالة متغيرة كمية منفصلة:

المثال: ☜

توزيع تحويلات المهاجرين مابين 1988و1999 بالمليون الدرهم

19310-18873-**18530** -18215-18033-**17328**-16819-16814-**16537**-11344 -10700

الربيع الثالث — الربيع الثاني — الربيع الأول

Q_3 Q_2 Q_1

المدى الربيعي = الربيع الثالث – الربيع الأول =18530 – 16537 = 1993 = $Q_3 - Q_1 =$ é

بعد تخلصنا من 50% من القيم المتواجدة في طرفي التوزيع فان التشتت يقاس 1993

2-2- المدى الربيعي في حالة متغيرة كمية متصلة:

المثال: توزيع السكان النشيطين بالمغرب حسب السن (الإحصاء العام لسنة2004)

فئات السن	عدد السكان	تكرارات تراكمية تصاعديا	%	نسب تكرارية تصاعديا
]25-20]	1322052	1322052	21.9	21.9
]30-25]	1057906	2379958	17.5	39.4
]35-30]	884638	3264596	14.6	54
]40-35]	710680	3975276	11.8	65.8
]45-40]	700843	4676119	11.6	77.4
]50-45]	552841	5228960	9.2	86.6
]55-50]	489794	5718754	8.1	94.7
]60-55]	321842	6040596	5.3	100
	6040596		100	

- إن الربيع الأول = $\frac{6040596}{4} \times 1 = 1510149$ $= Q_1$

أو 25% إذا كانت المعطيات على شكل نسب مئوية وتوازي الفئة العمرية [20-25[سنة

- إن الربيع الأول = $\frac{6040596}{4} \times 3 = 4530447$ $= Q_3$

أو 75% إذا كانت المعطيات على شكل نسب مئوية وتوازي الفئة العمرية [35-40[سنة

أ - **تحديد المدى الربيعي حسابيا**

- **أ - تحديد المدى الربيعي حسابيا**

لحساب الربيع الأول والربيع الثالث نتبع نفس الطريقة التي حصلنا عليها على الوسيط

$$\text{Mé} = \text{borne inf de la CM} + \frac{(\text{amplitude de laclasse})(\text{rang de la médiane dans la CM})}{\text{Effectif de la CM}}$$

Q_{1eff} $20.88 = \frac{(1322052-1510149)(20-25)}{1057906} + 20$ = الربيع الأول –

$Q_{1fréq}$ $20.88 = \frac{(21.9-25)(20-25)}{17.5} + 20$ = أو الربيع الأول

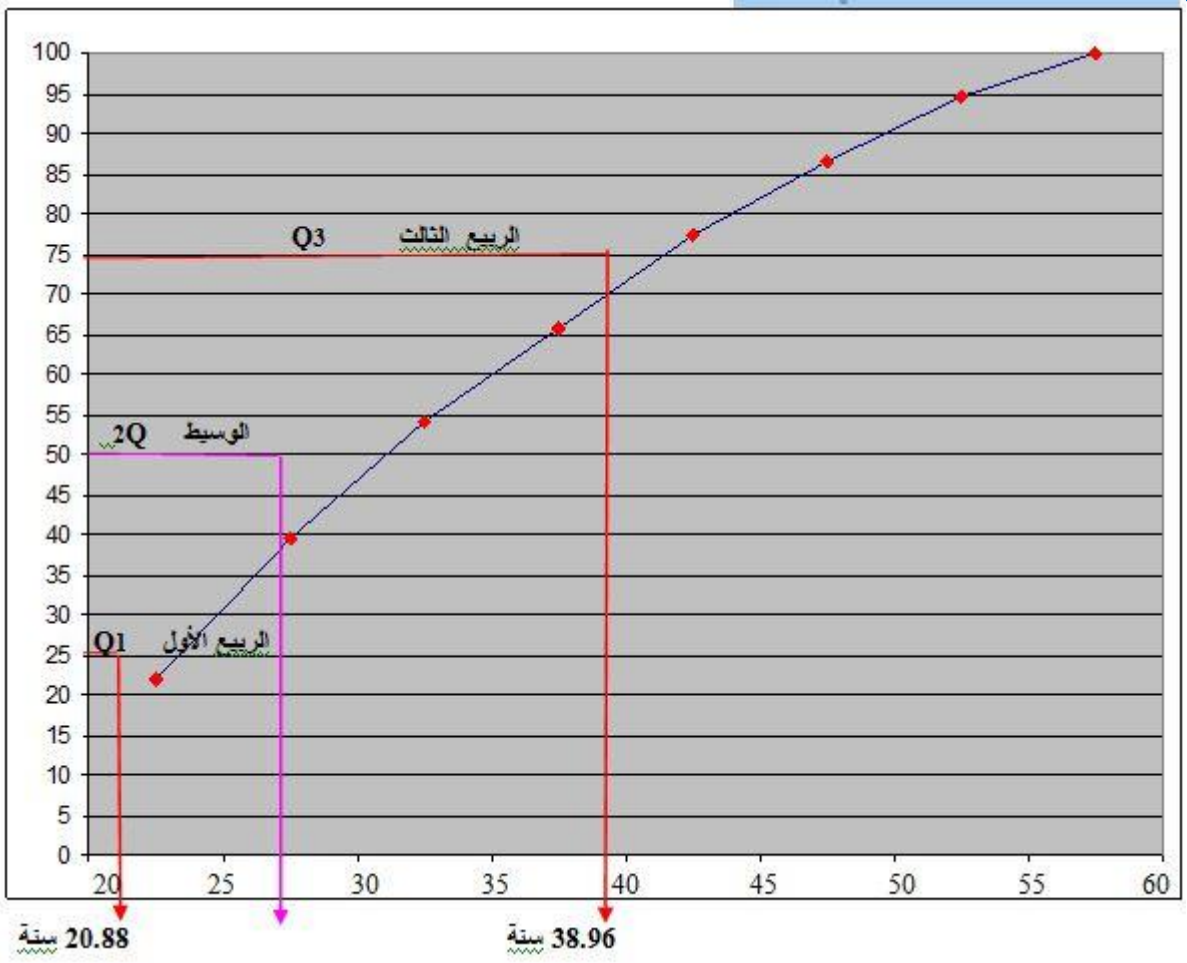
Q_{3eff} $38.96 = \frac{(3975276-4530447)(35-40)}{700843} + 35$ = الربيع الثالث

$Q_{3fréq}$ $38.96 = \frac{(65.8-75)(35-40)}{11.6} + 35$ = أو الربيع الثالث

المدى الربيعي = الربيع الأول (Q_1) – الربيع الثالث (Q_3) = **38.96 – 20.88 = 18.1** سنة

ولقراءة هذه المعطيات نقول 50% من السكان تتراوح أعمارهم مابين 20.88 و38.96 سنة

ب - تحديد المدى الربيعي بيانيا:



نلاحظ من خلال هذا الرسم أن المدى الربيعي يمكننا من التخلص من 50% من التوزيعات الموجودة في طرفي التوزيع 25% من القيم الصغرى و25% من القيم الصغرى، ومن قراءة الربيع الأول والربيع الثالث مباشرة على الرسم.